Объектом изучения в данном исследовании выступает проектирование формирования изделий на конкретный запланированный временной отрезок для организации АО «Энергомера» в городе Ставрополе. Предметом изучения выступает производство на конкретный плановый отрезок времени дифференцированных типов изделий.

Целью изучения выступает проектирование изделий А при условии того, что проект должен быть исполнен в стоимостном измерении на конкретную сумму.

Для того, чтобы предметно отразить итоги исследования, отразим решение задачи о проектировании производства организации АО «Энергомера».

Итак, сектору производства поручено к формированию на конкретный плановый временной отрезок два типа изделий: А и С. На формирование единицы изделий первого вида применяется 1 час, что касается механизмов второго вида – они применяются 2 часа. Говоря о фонде полезного времени отметим, что для первого оборудования это 120 часов, для оборудования второго вида – 240 часов. Цена отпуска единицы изделия А равна 4 рубля, изделия С – 6 рублей. Вопрос заключается в том, что необходимо произвести планирование выпуска изделий А и С при том условии, что план должен быть произведен в стоимостном разрезе в объеме не меньше чем 320 рублей, при этом загрузка оборудования первого должна быть минимальной. Систематизируем все сказанное в таблице.

Таблица 1.1 – Исходные сведения для задачи «Проектирование производства»

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Оборудование | Издержки для производства единицы продукции , часы | Временной фонд полезности |
| А | С |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| Первого вида  | 1 | 2 | 120 |
| Второго вида  | 4 | 2 | 240 |
| Цена отпуска  | 4 | 6 | - |

Система, которая будет учитывать все перечисленные аспекты, отражена далее:

$$\left\{\begin{array}{c}x\_{1}+2x\_{2}\leq 120\\4x\_{1}+2x\_{2}\leq 240\\4x\_{1}+6x\_{2}\geq 320\\x\_{j}\geq 0, jϵ\left\{1,2\right\}\end{array}\right.$$

$$L\left(x\right)=x\_{1}+2x\_{2}\rightarrow min$$

Метод симплекса применяется при выполнении задач в программировании линейного характера, которые представлены в каноническом виде. Задача программирования линейного характера приведена к канонической форме в том случае, если: совокупность ограничений имеет в себе лишь равенства; праве доли заданной области ограничений являются положительными. Осуществим преобразование задачи в канонический вид:

$$\left\{\begin{array}{c}x\_{1}+2x\_{2}+x\_{3}=120\\4x\_{1}+2x\_{2}+x\_{4}=240\\4x\_{1}+6x\_{2}-x\_{5}=320\\x\_{j}\geq 0, jϵ\left\{1,…,5\right\}\end{array}\right.$$

$$L\left(x\right)=x\_{1}+2x\_{2}+0x\_{3}+0x\_{4}+0x\_{5}\rightarrow min$$

Данная задача не имеет исходного опорного решения с базисом, состоящим из единичных векторов. Осуществив ввод способа искусственного базиса, выполняем формирование масштабированной задачи. Так, в левую долю третьего равенства области ограничений внедряем неотрицательную (положительную) искусственную переменную, имеющую коэффициент +1. Эта задача – задача на поиск минимального значения, следовательно, эта переменная в функцию цели внедряется с коэффициентом +М (считается, что М$\gg $1.

$$\left\{\begin{array}{c}x\_{1}+2x\_{2}+x\_{3}=120\\4x\_{1}+2x\_{2}+x\_{4}=240\\4x\_{1}+6x\_{2}-x\_{5}+x\_{6}=320\\x\_{j}\geq 0, jϵ\left\{1,…,6\right\}\end{array}\right.$$

$$L\left(x\right)=x\_{1}+2x\_{2}+Mx\_{6}\rightarrow min$$

Выполним сведение данных в первый раздел таблицы Гаусса ( столбец $с^{б}$ включает в себя составляющие переменных базиса функции цели).

Таблица 1.2 – Систематизация исходных данных в таблице Гаусса

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис  | $$с^{б}$$ | 1 | 2 | 0 | 0 | 0 | М | $$b\_{1}$$ | $$Q\_{1}$$ | Характеристика |
| $$x\_{1}$$ | $$x\_{2}$$ | $$x\_{3}$$ | $$x\_{4}$$ | $$x\_{5}$$ | $$x\_{6}$$ |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| $$x\_{3}$$ | 0 | 1 | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 120 | 120/2=60 |  |
| $$x\_{4}$$ | 0 | 4 | 2 | 0 | 1 | 0 | 0 | 240 | 240/2=120 |  |
| $$x\_{6}$$ | М | 4 | 6 | 0 | 0 | -1 | 1 | 320 | 320/6=53 | \*(-1/3)1 (-1/3)2 |
| Z | 4М | 6М | 0 | 0 | -М | 0 | 320М |  | Таблица 1.2 |

Изначально переменные базиса будут иметь вид $ x\_{3}, x\_{4}, x\_{6}$, тогда исходное опорное решение :

$$x^{0}=\left(0,0,120,240,320\right)$$

$$L^{0}=1\*0+2\*0+0\*120+0\*240+0\*0+M\*320=320 M$$

Выполним проверку приобретенного опорного проекта на степень его оптимальности. Произведем вычисление следующих индексов:

$∆1\left(\genfrac{}{}{0pt}{}{0}{\begin{array}{c}0\\M\end{array}}\right)^{T}\*\left(\genfrac{}{}{0pt}{}{1}{\begin{array}{c}4\\4\end{array}}\right)-1=4M ∆2\left(\genfrac{}{}{0pt}{}{0}{\begin{array}{c}0\\M\end{array}}\right)^{T}\*\left(\genfrac{}{}{0pt}{}{2}{\begin{array}{c}2\\6\end{array}}\right)-2=6M$ $∆5\left(\genfrac{}{}{0pt}{}{0}{\begin{array}{c}0\\M\end{array}}\right)^{T}\*\left(\genfrac{}{}{0pt}{}{0}{\begin{array}{c}0\\-1\end{array}}\right)-0=-M$

В данном случае вероятны три:

-любые оценки в строке индекса не являются положительными – следовательно, приобретенный план возможен на оптимальность;

-среди оценок присутствует возможно есть хотя бы единственная положительная, и в столбце, располагающимся над ней присутствует положительный коэффициент – план не выступает оптимальным, однако вероятно его совершенствование;

--среди оценок присутствует возможно есть хотя бы единственная положительная, но в столбце над ней отсутствуют положительные коэффициенты – функция цели не является ограниченной сверху, не существует оптимального проекта.

Так как в индексной строке присутствуют оценки положительного характера, то опорный проект не выступает оптимальным. Осуществим замен у базиса.

Главный столбец $β$ в варианте минимизационной задачи находится по самой высокой оценке в индексной строке и отражает то, какая переменная будет внедряться в новый базис. В таком варианте главный столбец $β=2 $, в новый базис выполняется внедрение переменной$ x\_{2}$. Главная строка $β$ находится по минимальному размеру $Q\_{1}$ и отражает то, какая переменная базиса убирается из базиса. В этом моменте главная строка $β=3$, а из базиса выделяется такая переменная, как $x\_{6}$. Когда главные столбец и строка выявлены, можно прейти к новому базису и сформировать для него новую симплекс –таблицу.

Таблица 1.3 – Симплекс таблица для вновь выбранного базиса

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис  | $$с^{б}$$ | 1 | 2 | 0 | 0 | 0 | М | $$b\_{1}$$ | $$Q\_{1}$$ | Характеристика |
| $$x\_{1}$$ | $$x\_{2}$$ | $$x\_{3}$$ | $$x\_{4}$$ | $$x\_{5}$$ | $$x\_{6}$$ |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| $$x\_{3}$$ | 0 | -1/3 | 0 | 1 | -1/3 | 1/3 | -1/3 | 40/3 |  |  |
| $$x\_{4}$$ | 0 | 8/3 | 0 | 0 | -1/3 | 1/3 | -1/3 | 400/3 | 400/8=50 | \*(1/8)1(-1/4)3 |
| $$x\_{2}$$ |  | 2/3 | 1 | 0 | -1/6 | -1/6 | 1/6 | 160/3 | 160/2=80 |  |
| Z | 1/3 | 0 | 0 | - | - | -М | 320/3 |  | Таблица 1.3 |

В итоге изменений на базе главного столбца вновь сформированной симплекс-таблицы был приобретен единичный столбец. Выполним построение вновь сформированного опорного проекта:

$$x\_{1}=(0,\frac{160}{3},\frac{40}{3},\frac{400}{3},0, 0)$$

$$L\_{1}=1\*0+2\*\frac{160}{3}+0\*\frac{40}{3}+0\*\frac{400}{3}+0\*0+M\*0=320/3$$

Осуществим проверку полученного опорного проекта на степень его оптимальности. Проведем вычисление индексов.

$∆1\left(\genfrac{}{}{0pt}{}{0}{\begin{array}{c}0\\2\end{array}}\right)^{T}\*\left(\genfrac{}{}{0pt}{}{-1/3}{\begin{array}{c}\frac{8}{3}\\2/3\end{array}}\right)$-1=1/3 $∆5\left(\genfrac{}{}{0pt}{}{0}{\begin{array}{c}0\\2\end{array}}\right)^{T}\*\left(\genfrac{}{}{0pt}{}{1/3}{\begin{array}{c}1/3\\-1/6\end{array}}\right)-0=-\frac{1}{3}$ $∆6\left(\genfrac{}{}{0pt}{}{0}{\begin{array}{c}0\\2\end{array}}\right)^{T}\*\left(\genfrac{}{}{0pt}{}{-1/3}{\begin{array}{c}-1/3\\1/6\end{array}}\right)- М$

Индексная строка обладает положительной оценкой, это значит, что опорный проект выступает оптимальным. Выполним переход к новому опорному проекту.

Таблица 1.4 – Вновь сформированный опорный проект

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис  | $$с^{б}$$ | 1 | 2 | 0 | 0 | 0 | М | $$b\_{1}$$ |
| $$x\_{1}$$ | $$x\_{2}$$ | $$x\_{3}$$ | $$x\_{4}$$ | $$x\_{5}$$ | $$x\_{6}$$ |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| $$x\_{3}$$ | 0 | 0 | 0 | 1 | 1/8 | 3/8 | -3/8 | 30 |
| $$x\_{1}$$ | 1 | 1 | 0 | 0 | 3/8 | 1/8 | -1/8 | 50 |
| $$x\_{2}$$ | 2 | 0 | 1 | 0 | -1/4 | -1/4 | 1/4 | 20 |
| Z | 0 | 0 | 0 | -1/8 | -3/8 | -М | 90 |

$$x^{2}=\left(50,20,30,0,0,0\right)$$

$$L\_{2}=1\*50+2\*20+0\*30+0\*0+0\*0+M\*0=90$$

Выполним проверку приобретенного проекта на оптимальность. Произведем индексное вычисление.

$∆\_{4}\left(\genfrac{}{}{0pt}{}{0}{\begin{array}{c}1\\2\end{array}}\right)^{T}\left(\genfrac{}{}{0pt}{}{\frac{1}{8}}{\begin{array}{c}\frac{3}{8}\\-\frac{1}{4}\end{array}}\right)$-0=-1/8 $∆\_{5}\left(\genfrac{}{}{0pt}{}{0}{\begin{array}{c}1\\2\end{array}}\right)^{T}\left(\genfrac{}{}{0pt}{}{\frac{3}{8}}{\begin{array}{c}\frac{1}{8}\\-\frac{1}{4}\end{array}}\right)$-0=-3/8

Опорный проект, сформированный по последней вновь сформированной симплекс –таблице, выступает оптимальным, поскольку оценки в индексной строке полностью отрицательны и равняются нулю. В том случае, если в итоге решения данной задачи с использованием искусственного базиса:

-выявлено оптимальное решение, где все переменные искусственные равны нулю, то начальная задача также наделена оптимальным исходом, вытекающим из оптимального решения задачи посредством откидывания всех переменных искусственного характера;

-выявлено оптимальное решение, где хотя бы одна из переменных искусственных не тождественна нулю, то начальная задача не обладает возможными решениями;

-определено, что задача не обладает решениями, то начальная задача также не обладает решениями, поскольку присутствует неограниченность функции цели.

Отыскано решение, выступающее оптимальным со стороны уменьшения функции цели в заданных условиях: $x\_{1}=50, x\_{2}=20$. Отметим, что при этом, L(50,20) = 90. Реализационная прибыль будет равна 320 рублей.

**Список литературы:**

1. Барлуков А.М. [Методы оптимизации](https://elibrary.ru/item.asp?id=32772575) / учебное пособие для студентов направлений подготовки 38.03.01 – Экономика, 38.03.02 – Менеджмент, 38.03.03 – Управление персоналом, 38.03.04 – Государственное и муниципальное управление, 38.03.05 – Бизнес-информатика / Москва, 2017.

2. Добрынина Н.Ф., Конина А.А. [Двухфазный симплекс-метод](https://elibrary.ru/item.asp?id=23621434) / В сборнике: [Математическое и компьютерное моделирование естественно-научных и социальных проблем](https://elibrary.ru/item.asp?id=23621371) IX Международная научно-техническая конференция молодых специалистов, аспирантов и студентов. Под редакцией И. В. Бойкова.– 2015. –С. 76-80.