

ДЕПАРТАМЕНТ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ ОБЛАСТНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ

ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ

**ТОМСКИЙ ТЕХНИКУМ СОЦИАЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ**

МЕТОДИЧЕСКАЯ РАЗРАБОТКА

для самостоятельной работы по общеобразовательной учебной дисциплине

«Математика: алгебра и начала математического

анализа; геометрия»

**по теме: «Методические указания для самостоятельной**

**работы: решение иррациональных уравнений»**

для специальностей СПО

29.02.09 «Печатное дело»

39.02.01 «Социальная работа»

43.01.02 «Парикмахер»

43.02.13 «Технология парикмахерского искусства»

54.02.02 «Декоративно-прикладное искусство и народные промыслы по видам»

Томск-2020 г.

Разработчик: Корешникова Татьяна Вячеславовна, преподаватель

ОГБПОУ «Томский техникум социальных технологий»

Рассмотрено и рекомендовано к использованию на методическом объединение ОГБПОУ «Томский техникум социальных технологий»

|  |  |
| --- | --- |
| Протокол № \_\_\_\_\_\_\_\_\_  От « » 20 г.  Председатель Методического объединения  \_\_\_\_\_\_\_\_/\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  Подпись ФИО | Заместитель директора по учебной (учебно-методической) работе  \_\_\_\_\_\_\_\_\_/\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  Подпись ФИО |

**СОДЕРЖАНИЕ**

Стр.

|  |  |
| --- | --- |
| Введение | 3 |
| 1. Виды иррациональных алгебраических уравнений и способы их решения | 4 |
| 2. Практикум | 8 |
| 3. Задачи для самостоятельного решения с ответами | 11 |

ВВЕДЕНИЕ

**Актуальность.**

Одна из сложных тем, курсе математики, является решение иррациональных уравнений. Обучающиеся часто допускают ошибки при их решении, так как в недостаточной степени овладевают умением решать иррациональные уравнения. Трудности при изучении данной темы является:

– чаще всего отсутствие четкого алгоритма решения иррациональных уравнений;

– при решении уравнений данного вида (типа) необходима делать преобразования, приводящие к уравнениям, не равносильным данным, вследствие возникают ошибки.

В целях систематизации и усвоение обучающимися темы, разработано – методическое пособие.

Методическая разработка по теме «Методические указания для самостоятельной работы: решение иррациональных уравнений» направлена на организацию самостоятельной работы студентов в рамках освоения общеобразовательной учебной дисциплины «Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия».

Теоретический материал на тему: решение иррациональных уравнений. Приводятся примеры с решениями и задачи для самостоятельной работы с ответами.

Уникальность методической разработки, состоит в том, что обучающийся работает без помощи преподавателя и учится самостоятельно управлять своей деятельностью.

При выполнении заданий обучающийся может пользоваться печатным вариантом сборника. Методическое пособие состоит из трех частей:

1. Виды иррациональных алгебраических уравнений и способы их решения.
2. Практикум.
3. Задачи для самостоятельного решения с ответами.

В результате самостоятельно изученного материала обучающиеся будут не только различать виды (типы) иррациональных уравнений, но и уметь применять необходимые приемы и методы решения, что позволит обучающимся решать иррациональные уравнения осознанно и выбирать наиболее рациональный способ решения – это позволит сформировать необходимые компетенции для будущего специалиста.

Разработанные методические указания предназначены для школьников общеобразовательных учреждений, студентов техникумов и поступающих в высшие учебные заведения по специальности «Математика». Пособие может быть использовано преподавателями образовательных учреждений общего и среднего профессионального образования (школ, колледжей и техникумов).

1. **ВИДЫ ИРРАЦИОНАЛЬНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ**

**И СПОСОБЫ ИХ РЕШЕНИЯ**

**Определение.** Равенства вида от одной или нескольких неизвестных, где

– многочлен степени *n*:

где *n -* натуральное число, называется **алгебраическим рациональным уравнением.**

Пример:

Если неизвестные входят в уравнение под знаком корня, то такое уравнение называется **иррациональным.**

Пример:

Уравнение, не являющееся рациональным или иррациональным, называется **трансцендентным.**

Пример:

***Общий вид алгебраического иррационального уравнения*** =0,

где – один или несколько многочленов, старшая степень которых *n, m –* натуральные числа, *x* – неизвестное из области действительных чисел *R*.

Всякое иррациональное уравнение вида *A=B* с помощью алгебраических преобразований может быть сведено к рациональному уравнению.

*Алгебраические преобразования уравнения:*

1. Перенос выражения в другую часть уравнения с противоположным знаком:

;

1. Прибавление к обеим частям уравнения одного и того же выражения:

;

1. Умножение обеих частей уравнения на одно и тоже выражение, отличное от нуля:

;

1. Возведение обеих частей уравнения в одну и туже рациональную степень:

При выполнении преобразований полученное рациональное уравнение может оказаться не равносильным или не эквивалентным ( символ эквивалентности) исходному иррациональному уравнению, а лишь его следствием (=> символ следования). Поэтому нужна проверка полученных корней рационального уравнения непосредственной подстановкой в исходное и рациональное уравнение.

Рассмотрим ***различные виды иррациональных уравнений*** и способы сведения их к рациональным.

1. где *m* – натуральное число, – многочлены некоторых степеней.

ОДЗ:

озведем обе части уравнения в целую степень *m*:

Получим алгебраическое рациональное уравнение, среди корней которого находятся корни исходного уравнения. Отобрать корни нужно подстановкой в исходное уравнение каждого полученного корня рационального уравнения. При получении числового тождества – корень найден, если тождества нет – корень посторонний.

**Пример 1.**

ОДЗ:

Второе ограничение в ОДЗ возникает из – за того, что слева в исходном уравнении стоит квадратный корень, поэтому и справа выражение не может быть отрицательным.

Возведем обе части уравнения в квадрат:

– рациональное уравнение (квадратное).

Его корни: не входит в ОДЗ исходного уравнения. Сделаем проверку, подставив в исходное уравнение:

– верное тождество.

Если не делать в ОДЗ ограничения 5 – *x* ≥ 0, то значение *x*2 тоже бы проверяли: неверно, т.е. значение = 12 является корнем для рационального уравнения, но для исходного иррационального уравнения оно постороннее.

*Ответ: x = 2.*

где *m* и *n* – натуральные числа, *P* и – многочлены некоторых степеней. Возведем обе части уравнения в степень, равную *r = m·n*, или равную наименьшему общему кратному для чисел *m* и *n*.

**Пример 2.**

ОДЗ: ≥ ,

т.е.

Возведём обе части уравнения в шестую степень (6 – наименьшее общее кратное для показателей корней 3 и 6), получим:

– рациональное алгебраическое уравнение, его корни:

Оба значения входят в ОДЗ: 1 – 1

Проверим, являются ли эти значения корнями исходного уравнения:

при получим: = – верно;

при = – неверно, т.е. постороннее значение.

*Ответ: 1.*

– многочлен некоторой степени *n* двух переменных: После выяснения ОДЗ уравнения заменой приведём иррациональное уравнение к рациональному виду: t) = 0,

где

**Пример 3.**

**:**

Замена: заменяя *x* на , приведём уравнение к виду: , где . Получили рациональное уравнение.

Разложим кубический трёхчлен на множители:

**Замечание**: если разложить многочлен на множители таким образом не удаётся, то можно поступить так: целочисленные корни многочлена, если они есть, являются делителями свободного члена (при этом коэффициент при старшей степени равен 1). В данном примере свободный член равен 1 и его делителями являются числа +1 и – 1. Каждые из этих чисел подставляем в многочлен. Т.е. из значений, которые обращают многочлен в ноль, являются его корнями. Зная корень (в нашем примере это ), делим многочлен на разность (деление «углом» многочлена на многочлен), в результате частное есть второй множитель при разложении многочлена.

Решая уравнение: получим его корни:

Условие t ≥ 0 не выполняется для значения.

Остаются значения: .

Переходим к переменной *x*: =

= .

Оба значения неизвестной входят в ОДЗ.

Проверка: при + 1= 0 – верно,

при

+1= 0 – верно.

*Ответ: ).*

– многочлены некоторых степеней.

ОДЗ:

Возведём обе части уравнения в квадрат:

Корень ещё остался, уединим его:

Ещё раз возведём в квадрат:

– рациональное алгебраическое уравнение.

**Пример 4.** .

ОДЗ:

Возведём обе части уравнения в квадрат:

Уединим оставшийся корень и ещё раз возведём в квадрат:

– рациональное алгебраическое уравнение, его корни:

Оба значения входят в ОДЗ. Подставим эти значения в исходное уравнение.

При

.

Далее идут преобразования иррациональных числовых выражений:

*2 –* верно.

Аналогично при

*Ответ:*

Иррациональные алгебраические уравнения часто включаются на вступительных экзаменах в колледжах и университетах, а также в олимпиадных заданиях по математике.

1. **ПРАКТИКУМ**

**Пример 5.**

*– тип уравнения 4.*

ОДЗ:

Возведём обе части уравнения в квадрат:

Ещё раз возведём в квадрат обе части уравнения:

– корни рационального уравнения; они входят в ОДЗ исходного уравнения.

Проверим, являются ли эти числа корнями иррационального уравнения ,

при – верно,

при : – верно.

*Ответ:*

**Пример 6.**

*– уравнение типа 2 совместно с типом 4.*

ОДЗ:

Замена: Ещё лучше ввести новую неизвестную следующим образом: Тогда получим уравнение для новой неизвестной: – рациональное уравнение. Его корни:

- постороннее значение, т. к. по условиям введения новой неизвестной

Восстановим прежнюю неизвестную: – иррациональное уравнение типа 1

Возведём в 4 степень обе части полученного уравнения:

.

Это значение входит в ОДЗ.

Проверка:

*Ответ:*

**Пример 7.**

*– уравнение типа 4 совместно с типом 2.*

ОДЗ:

Возведём в куб обе части уравнения, предварительно перенеся один из корней в правую часть:

Получили уравнение типа 3.

Сделаем замену:

Отсюда выразим и подставим в последнее уравнение:

– рациональное уравнение, его корни:

Восстановим прежнюю неизвестную:

Сделаем проверку полученных значений:

При

*Ответ:*

**Пример 8.**

*– тип уравнения 4.*

ОДЗ:

⇔

Можно действовать как в примере 4. Но если увидеть сходство подкоренных выражений, то можно сделать замену:

тогда

Для новой неизвестной *t* имеем уравнение:

Получили уравнение того же типа 4.

Его ОДЗ:

Решаем, как в примере 4:

Перейдём к прежней переменной:

Оба значения входят в ОДЗ, т. к.

Проверка:

При

При

*Ответ:*

**Пример 9.**

*тип уравнения 3.*

ОДЗ: (), т. к. справа всегда

неотрицательная величина; ⇔ (

Введём новую неизвестную: t Отсюда

Выразим и подставим в исходное уравнение:

рациональное уравнение (квадратное); его корни:

постороннее значение, т. к. по условию введения новой неизвестной .

Восстановим прежнюю неизвестную:

оба значения входят в ОДЗ исходного уравнения, т. к.

Проверка:

*Ответ:*

**Пример 10.**

*тип уравнения близок к типу 4, но содержит больше квадратных корней от разных выражений.*

ОДЗ:

Возведём в квадрат обе части уравнения:

Воспользуемся формулой сокращённого умножения:

Раскроем скобки и соберём подобные слагаемые. Получим:

0

входит в ОДЗ.

Проверка:

*Ответ:*

Данный пример предполагает использование калькулятора при возведении в квадрат и при вычислении коэффициентов при неизвестных.

1. **ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ С ОТВЕТАМИ**

Некоторые из приводимых уравнений требуют преобразований к виду уравнения, рассмотренного выше. В скобках рядом с ответом даётся возможная замена или указание для упрощения уравнения.

1.

2.

3.

4. 1).

5.

6.

.

7.

8.

9.

10.

11. ).

12.

13..

14.

15.