**ОРГАНИЗАЦИЯ ВНЕУРОЧНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ**

**«ПРАКТИКУМ РЕШЕНИЯ СТЕРЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ»**

# (пропедевтика стереометрических знаний на примере стереометрических задач учащихся 9-х классов)

***Бокарева Н.А.***

*(МАОУ СОШ №1 им.М.И. Короткова, г. Гулькевичи, Россия)*

Всем известная трудность в изучении стереометрии, возникающая у учащихся 10 классов, в значительной степени объясняется низким уровнем развитием их пространственных представлений. Ученики теряют эти представления, изучая три года одну лишь планиметрию. Курс нацелен устранить этот существенный недостаток, и в 7-9 классах дополнен элементами стереометрии, излагаемыми на интуитивном, наглядном уровне параллельно аналогичному планиметрическому материалу.

Особое внимание при этом нужно уделить развитию грамотной математической речи учащихся: научить их определять рассмотренные фигуры, а также формулировать простейшие их свойства. Особенно важной является логическая стройность материала, которая, должна соответствовать логике систематического курса.

В программе: «Практикум решения стереометрических задач» предложен блок задач на изучение свойств многогранников. Большая часть задач подобрана таким образом, что школьники могут решить их, не зная теорем, признаков; используя только пространственное и логическое мышление. Это небольшой шаг для сокращения разрыва между курсом планиметрии и стереометрии, но необходимый на определенном этапе усвоения школьного курса геометрии для учащихся 13-16 лет.

Эта программа может быть адаптирована и дополнена в зависимости от возрастной группы учащихся, их уровня подготовки и интересов.

Данная программа направлена на изучение многогранников, которое основано на предметной деятельности учащихся, опирается на их жизненный опыт и пространственные представления, полученные из ближайшей природной и социальной среды, изучение, которое вовлекает в работу преимущественно наглядно-образное мышление учащихся, развивая и обогащая его.

Внеурочная деятельность по стереометрии может быть полезной для школьников по нескольким причинам:

1. Развитие пространственного мышления: Занимаясь стереометрией, учащиеся улучшают свои навыки в работе с трехмерными объектами, что способствует развитию пространственного воображения.  
 2. Подготовка к математике на более высоком уровне: Знания в области стереометрии могут помочь школьникам лучше понимать геометрические задачи и применять математические методы для решения сложных задач.  
 3. Развитие логического мышления: Решая задачи по стереометрии, учащиеся учатся анализировать информацию, проводить логические рассуждения и находить оптимальные способы решения задач.  
 4. Практическое применение знаний: Знания и навыки стереометрии могут быть полезными в реальной жизни, например, при проектировании, конструировании или решении пространственных задач.  
 Таким образом, внеурочная деятельность по стереометрии может помочь школьникам развивать различные умения и навыки, которые могут быть полезными не только в учебе, но и в будущей профессиональной деятельности.

Некоторые темы, изучаемые в курсе не связаны жёстко друг с другом, что допускает возможность перестановки изучаемых вопросов, их сокращение или расширение.

Весь предложенный для изучения геометрический материал исследуется учащимися через модели геометрических тел, изображений и чертежей.

Предложенный вариант планирования изучения материала предусматривает изучение плоской и пространственной геометрий.

**Примерное содержание курса внеурочной деятельности по стереометрии:** 1. Знакомство с основными понятиями и определениями в стереометрии (тела, площади, объемы и т.д.).

2. Решение задач на вычисление объемов и площадей различных геометрических фигур.

3. Изучение основных формул и правил для работы с объемами и площадями.

4. Работа с конкретными геометрическими моделями для визуализации и понимания пространственных отношений.

5. Игровые задания и головоломки на применение знаний стереометрии.

6. Групповые проекты по созданию трехмерных моделей и объемных композиций.

7. Проведение соревнований и испытаний по стереометрии.

8. Экскурсии и посещения музеев или выставок, связанных с трехмерной геометрией.

9. Проведение выставки работ учеников по стереометрии для презентации результатов обучения.

10. Обсуждение и анализ реальных применений стереометрии в науке и технике.

В результате занятий учащиеся должны приобрести навыки и умения решать стереометрические задачи, а также стереометрические задачи олимпиадного уровня и принять участие в проекте или исследовании.

**Формы проведения занятий:** занятия включают в себя теоретическую и практическую части, в зависимости от целесообразности. в процессе изучения материала, используются как традиционные формы обучения: беседа, лекции, дискуссия, консультация, практическое занятие, защита проекта, так и самообразование, саморазвитие учащихся посредством самостоятельной работы с информационным и методическим материалом, научно-исследовательская деятельность, предполагающая выполнение учащимися исследовательских заданий; сочетание различных форм учебных занятий.

Особое значение отводится самостоятельной работе учащихся, при которой учитель на разных этапах изучения темы выступает в разных ролях, чётко контролируя и направляя работу учащихся.

**Структура учебных занятий** проводится по гибкому планированию, т.е. предполагается введение динамических пауз в зависимости от утомляемости и работоспособности учащихся, изменения структурных элементов занятий и т.д.

Занятия носят проблемный характер. Предполагаются ответы на вопросы в процессе дискуссии, поиск информации по смежным областям знаний.

**Технологии обучения:** информационные, проектные, исследовательские.

**Формы организации деятельности:** коллективная, индивидуальная, групповая (малые группы), работа в парах, взаимное обучение, самообучение.

**Педагогическая целесообразность** программы состоит в том, чтобы поддерживать интерес к математическим знаниям обучающихся, имеющих способности к изучению предмета, уделять внимание обучающимся, которые хотят овладеть знаниями за пределами школьной программы.

**Основная цель курса:** формирование опыта геометрической деятельности, обеспечивающего развитие пространственного мышления школьников через исследовательскую и проектную деятельность.

Метапредметными результатами изучения курса «Практикум решения стереометрических задач» является формирование универсальных учебных действий (УУД):

***Познавательные:***

* анализировать, сравнивать, классифицировать и обобщать факты и явления;
* *осуществлять* сравнение, классификацию, самостоятельно выбирая основания и критерии для указанных логических операций; строить классификацию на основе отрицания;
* *строить* логически обоснованное рассуждение, включающее установление причинно-

следственных связей;

* *создавать* математические модели;
* преобразовывать информацию из одного вида в другой (таблицу в текст, диаграмму и пр.);
* *вычитывать* все уровни текстовой информации;
* *уметь определять* возможные источники необходимых сведений, производить поиск

информации, анализировать и оценивать её достоверность;

* понимая позицию другого человека, *различать* в его речи: мнение (точку зрения);
* *уметь* составлять доказательство (аргументы), факты; гипотезы, аксиомы, теории.

***Коммуникативные:***

* самостоятельно *организовывать* учебное взаимодействие в группе (определять общие цели, договариваться друг с другом и т.д.);
* отстаивая свою точку зрения, *приводить аргументы*, подтверждая их фактами;
* в дискуссии *уметь выдвинуть* контраргументы;
* учиться *критично относиться* к своему мнению, с достоинством *признавать* ошибочность своего мнения (если оно таково) и корректировать его;
* понимая позицию другого, *различать* в его речи: мнение (точку зрения),
* *уметь* взглянуть на ситуацию с иной позиции и *договариваться* с людьми иных позиций.

***Регулятивные:***

* самостоятельно *обнаруживать* и формулировать учебную проблему, определять цель учебной деятельности, выбирать тему проекта;
* *выдвигать* версии решения проблемы, осознавать (и интерпретировать в случае необходимости) конечный результат, выбирать средства достижения цели из предложенных, а также искать их самостоятельно;
* *составлять* (индивидуально или в группе) план решения проблемы (выполнения проекта);
* работая по плану, *сверять* свои действия с целью и, при необходимости, исправлять ошибки самостоятельно (в том числе и корректировать план);
* в диалоге с учителем *совершенствовать* самостоятельно выработанные критерии оценки.
* умение планировать, организовывать и контролировать свои действия.

***Личностные:***

* развитие любознательности, сообразительности при выполнении разнообразных заданий проблемного и эвристического характера;
* развитие внимательности, настойчивости, целеустремленности, умения преодолевать трудности – качеств весьма важных в практической деятельности любого человека;
* воспитание чувства справедливости, ответственности;
* уметь оценивать ситуации и поступки;
* развитие самостоятельности суждений, независимости и нестандартности мышления.

**Задачи:**

* создать условия для творческой самореализации и формирования мотивации успеха и личных достижений учащихся на основе предметно-преобразующей деятельности;
* развивать навыки решения наглядных стереометрических задач; применять геометрические методы исследования;
* развивать графических культуру учащихся;
* развивать комбинаторные навыки учащихся и конструкторские способности;
* развивать пространственное мышление учащихся, абстрактное и логическое мышление; научно-исследовательские умения учащихся;
* формировать представления о математике как части общечеловеческой культуры;
* воспитывать высокую культуру математического мышления, чувства коллективизма, трудолюбия, терпения, настойчивости, инициативы;
* применять имеющиеся знания с максимальной пользой, создавать наиболее выгодные условия для приобретения новых знаний и для сообщения их другим.

Курс предполагает изучение темы, выходящей за рамки школьной программы.

**Критерии и оценки результативности изучения курса:** овладения учащимися содержанием программы: педагогическое наблюдение; педагогический анализ результатов заданий, участия учащихся в олимпиадах и интеллектуальных конкурсах, защита проектов.

**Особенности возрастной группы детей.**

Программа учитывает возрастные особенности девятиклассников и поэтому предусматривает организацию проектной деятельности учащихся, которая усиливает умственную работу.

**Требования к уровню подготовки обучающихся**

В процессе освоения программы каждый слушатель сможет:

* применять методы решения нестандартных задач;
* проводить исследования свойств геометрических фигур, выполнять задания на разрезание и моделирование, учить конструировать геометрические фигуры;
* строить развертки многогранников, определять, какие развертки неверные;
* читать графическую информации, изображать геометрические объекты, состоящие из многогранников;
* уметь работать в группах, видеть математическую задачу в других дисциплинах, в окружающей жизни;
* расширить и углубить практические и теоретические знания по математике;

В процессе освоения программы часть учащихся сможет создать проект с помощью моделирования многогранников.

**Примерное содержание курса**

1. **История возникновения и развития стереометрии (1 час.)**

Возникновение геометрии как теоретической науки в Древней Греции, основные труды древнегреческих ученых: Фалеса, Пифагора, Архимеда, Гиппократа, Аполлония.

1. **Основные понятия стереометрии (1 час.)**

Точка, прямая, плоскость, аксиомы стереометрии и следствия из них. Геометрия Лобачевского и геометрия Евклида, основные отличия.

Задания:

Знание этих основных понятий и определений поможет вам лучше понимать строение и свойства различных тел в стереометрии, а также упростит вычисления площадей и объемов.

1. Тело – это трехмерный объект, который имеет объем и поверхность. Тела делятся на правильные и неправильные.

   - Правильные тела: пирамида, призма, куб, параллелепипед, цилиндр, конус.

   - Неправильные тела: всех остальных форм, которые не входят в категорию правильных тел.

2. Площадь поверхности тела – это сумма площадей всех его граней. Для правильных тел формулы для расчета площадей поверхностей известны, для неправильных тел придется вычислять их самостоятельно.

3. Объем тела – это объем пространства, которое занимает тело. Для правильных тел обычно есть формулы для вычисления объема, для неправильных тел придется использовать формулу объема, связанную с площадью основания и высотой.

4. Грань – это плоская фигура, ограничивающая тело и разделяющая его на две части.

5. Вершина – это точка пересечения ребер тела.

6. Высота тела – это расстояние между двумя параллельными плоскостями, которые являются его основаниями.

7. Диагональ – это отрезок, соединяющий две вершины тела, не лежащие на одной грани.

8. Основание – это плоская фигура, на которую опирается тело.

9. Ребро – это отрезок, соединяющий две вершины тела.

10. Выпуклое тело – все точки лежат по одну сторону от любой его касательной плоскости.

1. **Сечения многогранников** **(4 час.)**

Понятие метода следов. Понятие метода внутреннего проектирования. Построение сечений указанными методами.

1. **Задачи на разрезание (3 час.)**

Свойства геометрических фигур. Конструирование геометрических фигур из деталей головоломки «Танаграм». Развертки треугольной пирамиды, куба.

Задания:

Разверткой фигуры называется ее плоское представление, полученное путем разрезания фигуры вдоль некоторых граней и разворачивания их на плоскость без искажения.

1. Развертка треугольной пирамиды:

Для развертки треугольной пирамиды нужно разрезать ее вдоль трех боковых граней параллельно основанию пирамиды. После этого развернуть грани на плоскость. Полученная развертка будет иметь форму треугольника, основание которого соответствует основанию пирамиды, а высота и боковые ребра представлены как стороны треугольника.

2. Развертка куба:

Для развертки куба нужно разрезать его вдоль всех его граней и развернуть эти грани на плоскость. После развертки куба получится шаблон, состоящий из шести квадратов, которые представляют грани куба. При правильном развертывании шести граней можно сформировать плоскую фигуру, похожую на крестик с центральной частью, которая будет содержать все вершины куба.

1. **Занимательное моделирование (3 час.)**

Разрезание и составление нового многогранника. Различные положения предмета и изменения его положения в зависимости от разных точек отсчета. Задачи на разрезание. Тетраэдр. Моделирование геометрических объектов через развертки фигур.

Задания:

1. Найдите площадь разрезанной фигуры, если изначально была известна только площадь исходной фигуры.

2. Разрежьте фигуру пополам, строго параллельную одной из сторон, и найдите площадь каждой получившейся части.

3. Проведите два перпендикулярных разреза через центр фигуры и найдите площадь каждого образовавшегося сегмента.

4. Разделите фигуру на три или более частей с помощью различных прямых разрезов и найдите площадь каждой части.

5. Найдите способ разрезать фигуру таким образом, чтобы полученные фрагменты обладали одинаковой площадью.

6. Предложите различные способы разрезания фигуры, чтобы получить наименьшее или наибольшее количество частей с минимальной площадью.

7. Разрежьте параллелепипед поперек одной из его граней на две части и найдите объем каждой получившейся части.

8. Разделите параллелепипед вертикальной плоскостью, параллельной одной из его высот, на две части и определите площадь каждой получившейся поверхности.

9. Проведите два пересекающихся разреза через вершину параллелепипеда и найдите объем каждого из получившихся тетраэдров.

10. Разделите параллелепипед на три равных части двумя параллельными разрезами и определите объем каждой части.

11. Предложите метод разбиения параллелепипеда на четыре части, у которых базовый контур будет одинаковым, а объемы различны.

12. Найдите способ разрезания параллелепипеда так, чтобы одна из получившихся частей имела объем в два раза больше, чем объем другой.

**6. Задачи на вычисление объёмов и площадей различных геометрических фигур. (2ч)**

Задания:

Для решения задач на вычисление объемов и площадей различных геометрических фигур необходимо знать формулы для расчета объема и площади каждой из них. Вот некоторые из основных формул:  
1. Для прямоугольного параллелепипеда:  
   - Объем: V = a ∙**b ∙**h  
   - Площадь поверхности: S = 2 **(a**b + a**h + b**h)  
2. Для цилиндра:  
   - Объем: V = π h  
   - Площадь поверхности: S = 2 **π** r **(r + h)**  
**3. Для конуса:  
   - Объем: V =** π h  
   - Площадь поверхности: S = π **r** (r + l), где l - образующая конуса (можно найти через теорему Пифагора)  
4. Для сферы:  
   - Объем: V = π   
   - Площадь поверхности: S = 4 π

Задания:

1. Найдите объем параллелепипеда, если известны его длина, ширина и высота.

2.Вычислите площадь треугольника со сторонами 5 см, 7 см и 8 см.

3. Определите объем цилиндра по формуле V = π h, где П (пи) - математическая константа, равная примерно 3,14, r - радиус цилиндра, h - высота.

4. Посчитайте площадь круга, используя формулу S = π **, где r - радиус круга.** Посчитайте площадь круга с радиусом 6 см.

5. **Найдите объем конуса, если известны его радиус основания и высота, по формуле V =** πh. Найдите объем конуса с радиусом основания 4 см и высотой 9 см.

6. Найдите объем пирамиды, если известна площадь основания и высота, по формуле V =  **S** h, где S - площадь основания, h - высота. Найдите объем пирамиды с площадью основания 25 кв. см и высотой 10 см.

7. Вычислите площадь прямоугольного треугольника с катетами 3 см и 4 см.

8. Найдите объем шара с радиусом 5 см.

9. Посчитайте площадь прямоугольника с длиной 6 см и шириной 8 см.

10. Найдите объем правильной четырехугольной пирамиды с ребром основания 6 см и высотой 9 см.

11.Рассчитайте площадь треугольника по формуле S = 0.5 **a** h, где a - основание треугольника, h - высота, опущенная на это основание.

12. Рассчитайте площадь поверхности сферы по формуле S = 4 **П** , где r - радиус сферы.

13. Решите задачу на нахождение объема тетраэдра, если известна площадь его основания и высота, по формуле V =  **S** h, где S - площадь основания, h - высота.

**7**. **Задачи с раскраской в условии (4 час.)**

Моделирование геометрических тел. Количество у куба рёберных развёрток. Логическое представление геометрического тела в пространстве.

Задания:

1. На плоскости дано несколько точек. Каждую пару точек можно соединить отрезком. Сколько различных способов можно раскрасить отрезки в три цвета так, чтобы отрезки, соединяющие одни и те же точки, были покрашены в разные цвета?
2. На шахматной доске размером 8х8 расставлены четыре ферзя. Сколько различных способов можно раскрасить клетки доски в два цвета так, чтобы ни у одного ферзя не было возможности попасть на другого ходом?
3. На плоскости расположены четыре точки, не лежащие на одной прямой. Определите, сколько существует таких вариантов раскраски плоскости в два цвета, что все четыре точки окажутся центрами окружностей одного радиуса и одного цвета.
4. В круглой комнате висит люстра, состоящая из 8 лампочек. Каждую лампочку можно раскрасить в один из четырех цветов. Сколько различных вариантов раскраски лампочек таким образом существует?
5. На столе лежит набор из 10 карточек, каждая из которых должна быть раскрашена в один из трех цветов. Сколько всего различных комбинаций раскраски карт существует?
6. В заборе, состоящем из 12 досок, каждая доска может быть раскрашена в один из двух цветов. Какое количество различных раскрасок забора возможно?
7. **Стереометрия многогранников в пространстве** (2час.)

Чтение графической информации. Свойства геометрических объектов: икосаэдра, додекаэдра.

Задания:

1. Головоломка на расчет объема сферы: дана сфера с заданным радиусом, нужно определить ее объем.
2. Задание на вычисление объема пирамиды: дана пирамида с площадью основания и высотой, необходимо найти ее объем.
3. Головоломка на определение объема тетраэдра: дан тетраэдр с заданными сторонами, нужно найти его объем
4. Задание на нахождение объема призмы: дана призма с высотой и площадью основания, требуется найти ее объем.
5. Головоломка на расчет объема пирамидки: дана пирамидка с высотой и объемом, необходимо найти площадь ее основания.
6. Задание на определение объема треугольной призмы: дана треугольная призма с высотой и сторонами основания, нужно найти ее объем.
7. Головоломка на вычисление объема икосаэдр: дан икосаэдр с заданными сторонами и углами, требуется определить его объем.
8. **Многогранники в архитектуре. Бумажные замки (4 час.).**

В архитектуре используются различные многогранники для создания интересных форм зданий. Например, правильная пятигранная призма — это многогранник, у которого 5 граней, 8 вершин и 10 рёбер.

Задания:

Задачи использования многогранников в архитектуре:

- Многогранники помогают создать интересные и сложные формы зданий, что делает их более привлекательными для глаза.

- Они обеспечивают прочность и устойчивость конструкции, так как многогранники имеют определенную геометрическую форму, которая позволяет равномерно распределять нагрузку.

- Многогранные формы могут улучшить функциональность здания, например, обеспечивая лучшее естественное освещение или вентиляцию.

Бумажные замки могут быть построены из различных многогранников. Например, тетраэдр имеет 4 грани, 4 вершины и 6 рёбер; куб - 6 граней, 8 вершин и 12 рёбер; октаэдр - 8 граней, 6 вершин и 12 рёбер. При создании бумажных замков из этих фигур учащимся стоит учитывать количество граней, вершин и рёбер каждого многогранника.

1. Задача с многогранниками в архитектуре:

Архитектор хочет построить здание в форме правильной пятигранный призмы. Сколько будет граней, рёбер и вершин у этой фигуры?

1. Задача с бумажными замками:

Для праздника дети решили смастерить бумажные замки. Первый замок состоит из тетраэдра, второй - из куба, а третий - из октаэдра. Сколько всего у них граней, рёбер и вершин у всех трех замков вместе?

1. **Проектная деятельность учащихся (5ч.). Примерный список творческих заданий(проектов) учащихся:**

Учитывая дефицит инженерных кадров нового поколения в стране, необходимо решать задачи по геометрическому моделированию. Эти задачи могут быть разнообразными и зависят от конкретной области применения. Ниже приведены некоторые типичные задачи, с которыми можно столкнуться при работе с геометрическими моделями. Он могут быть выведены для выполнения творческого задания и защиты своего проекта.

1. **Создание 3D-моделей объектов**: разработка трехмерных моделей для проектирования деталей, машин, архитектурных сооружений и других объектов.

2. **Анализ геометрических характеристик**: определение размеров, формы, объемов и других характеристик объекта на основе его геометрической модели.

3. **Инженерное моделирование**: создание моделей для симуляции и анализа работы механических систем, конструкций и механизмов.

4. **Архитектурное моделирование**: разработка пространственных моделей зданий, домов, интерьеров и ландшафтов для проектирования и визуализации.

5. **Визуализация и анимация**: создание впечатляющих визуализаций и анимации на основе геометрических моделей для презентаций, рекламы, обучения и других целей.

6. **Работа с большими объемами данных**: обработка и анализ больших наборов геометрических данных, например, в геодезии, картографии или медицинском моделировании.

7. **Оптимизация конструкций**: использование геометрических моделей для оптимизации формы и размеров объектов с целью улучшения их характеристик.

8. **Интерактивное моделирование**: создание интерактивных приложений и средств виртуальной реальности на основе геометрических моделей для обучения, развлечений и других целей.

Это лишь несколько примеров задач, с которыми можно столкнуться при работе с геометрическим моделированием. В каждой конкретной области применения могут быть собственные специфические задачи и требования к моделированию.

В ходе выполнения творческих работ учащиеся получат возможность самостоятельно находить пути решения проблем, смогут оценить свою работу и работы сверстников.

***Список литературы***

1. Гордин Р. К. ЕГЭ 2019. Математика. Геометрия. Стереометрия. Задача 14 (профильный уровень) / Под ред. И. В. Ященко. — М.: МЦНМО, 2019. — 144 с. URL: <https://vk.com/doc751163711_673301833?hash=hmLZHqkaMKzaYdjlziEOrA2ZmcJzPtApX23hRZkuhYw&dl=IC1MVLeVUCOyxzPgzjOBCsJL0Ww2gIZB8MO2uNKimr4>
2. Геометрия. Поиск и вдохновение. — М.: МЦНМО, 2013. — 592 с.: ил. ISBN: 978-5-4439-0058-2.URL: <https://vk.com/doc751163711_673301848?hash=mGdcu8Ps0ZRj1k0jPIrjTelHQsyEYL3W7Xcszuwhe4L&dl=fJH4pX9BD2TVlmz92zXKGhsaHPHq6IBxwCht2ZzsiSw>
3. Схемы заданий для игры в Танграм. URL: <https://umnayavorona.ru/publications/shemy-zadanii-dlya-igry-v-tangram>
4. <https://web.telegram.org/a/#6173793998>
5. Малый МЕХМАТ МГУ. Малый мехмат-школе. URL: <http://mmmf.msu.ru/archive/20102011/z5/17.html>