

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Сочинский государственный университет»

Университетский экономико-технологический колледж

## **ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА**

Рабочая тетрадь  
для выполнения аудиторной самостоятельной работы  
по дисциплине ЕН.01 «Математика»  
для обучающихся по специальности  
среднего профессионального образования

УДК

Печатается по решению  
ЦМК физики и математических дисциплин СГУ УЭТК  
(протокол № 8)

Рецензент  
преподаватель СГУ УЭТК

Составитель  
преподаватель высшей категории СГУ УЭТК  
И.Ю.Абрамова

**Линейная алгебра:** рабочая тетрадь. / сост. И.Ю.Абрамова. – Сочи: РИЦ  
ФГБОУ ВО «СГУ», 2024. –30с.

Составлено в соответствии с ФГОС по дисциплине «Математика». Содержит индивидуальные задания для решения, представленные в двадцати пяти вариантах, разработанных на основе рабочих программ. Каждый вариант содержит различные входные данные, условия для выполнения заданий остаются одинаковыми.

Пособие профессионально ориентировано на студентов среднего профессионального образования, обучающихся по специальностям:

54.02.01 Дизайн ( по отраслям).

Рабочая тетрадь может использоваться студентами других специальностей

УДК

ФГБОУ ВО «СГУ», 2024  
Абрамова И.Ю., сост., 2024  
Оформление. РИЦ ФГБОУ ВО «СГУ», 2024

## Содержание

Введение	4
Вариант 1	5
Вариант 2	6
Вариант 3	7
Вариант 4	8
Вариант 5	9
Вариант 6	10
Вариант 7	11
Вариант 8	12
Вариант 9	13
Вариант 10	14
Вариант 11	15
Вариант 12	16
Вариант 13	17
Вариант 14	18
Вариант 15	19
Вариант 16	20
Вариант 17	21
Вариант 18	22
Вариант 19	23
Вариант 20	24
Вариант 21	25
Вариант 22	26
Вариант 23	27
Вариант 24	28
Вариант 25	29

## Введение

Линейная алгебра-это раздел математики, который изучает векторные пространства и линейные преобразования. История линейной алгебры начинается с древних времен, когда люди начали изучать геометрию и алгебру.

В Древней Греции Пифагор и его ученики изучали простые геометрические фигуры и их свойства. Они также изучали линейные уравнения и их решения.

В Средние века арабские ученые ,такие как Аль-Хорезми и Аль-Караджи, развивали алгебру и геометрию, Они изучали линейные уравнения и их решения, а также начали использовать координаты для описания геометрических фигур.

В Новое время, в XVII веке, Рене Декарт и Пьер Ферма внесли значительный вклад в развитие линейной алгебры. Декарт ввел понятие координат и использовал их для решения геометрических задач. Ферма разработал метод решения систем линейных уравнений, который сегодня называется методом Гаусса.

В XIX веке Гаусс и Арган продолжили развивать линейную алгебру. Гаусс ввел понятие матрицы и использовал его для решения систем линейных уравнений. Арган разработал теорию векторных пространств и линейных преобразований.

Изучение линейной алгебры впервые началось с введения понятия определителя. Определители были рассмотрены Лейбницем в 1693 году, а в 1750 году Габриэль Крамер использовал определители для нахождения решения в системах линейных уравнений(СЛУ).Этот метод получил название метод Крамера. Далее Гаусс последовательно развил теорию решения СЛУ с помощью метода исключения.

В XX веке линейная алгебра стала основой для многих областей науки и техники, таких как физика, инженерия и компьютерные науки. Сегодня линейная алгебра используется для решения различных задач в этих областях

Данная рабочая тетрадь предназначена для студентов специальности 54.02.01 – «Дизайн(по отраслям)». Предложенные варианты можно выполнять по мере приобретения соответствующих знаний .В ней представлены задачи на следующие темы:

- 1.Умножение матриц;
- 2.Вычисление определителей третьего и четвертого порядка;
- 3.Нахождение обратной матрицы;
- 4.Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Крамера;
- 5.Решение матричных уравнений;

## 6. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса.

Эти задачи помогут студентам освоить основные понятия и методы линейной алгебры, которые являются важной частью математического образования. Для более подробного изучения линейной алгебры читатели могут использовать литературу из библиографического списка. Удачи в изучении!

### Вариант 1

1. Дано  $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 7 & 1 & 2 \\ 5 & 6 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 7 \\ 5 & 2 & 3 \\ 6 & -8 & 2 \end{pmatrix}$

Найти:  $A \times B$

2. Вычислить определитель 3-го порядка:

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & 5 \\ -4 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 6 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определители 4-го порядка методом разложения по строке или столбцу:

$$a) \begin{vmatrix} 9 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & -5 & 2 & 3 \\ 7 & -8 & 4 & 2 \\ 0 & 8 & -5 & 1 \end{vmatrix} \quad б) \begin{vmatrix} 6 & 3 & 8 & 1 \\ 7 & 2 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & 5 & 4 \\ -3 & 2 & 4 & 1 \end{vmatrix}$$

4. Решить по формулам Крамера систему уравнения:

$$\begin{cases} x - 2y + 2z = 3 \\ 2x - y + 3z = 9 \\ 3x + 2y - z = 4 \end{cases}$$

5. Определить, имеет ли матрица обратную, и если имеет, найти ее:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

6. Решить систему линейных уравнений, записанных в матричной форме, методом обратной матрицы:

$$\begin{pmatrix} 1 & -4 & -2 \\ 4 & 3 & -4 \\ 3 & -2 & -3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

7. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} x+y-z=-2 \\ 3x+2y+z=3 \\ 5x+2y-2z=3 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x_1+x_2-x_3+x_4=4 \\ 2x_1-x_2+3x_3-2x_4=1 \\ 3x_1-x_2+x_3-x_4=0 \\ 4x_1+x_2-x_3+2x_4=11 \end{cases}$$

## Вариант 2

1. Дано  $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 7 & 1 & 2 \\ 5 & 6 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 7 \\ 5 & 2 & 3 \\ 6 & -8 & 2 \end{pmatrix}$

Найти:  $B \times A$

2. Вычислить определитель 3-го порядка:

$$\begin{vmatrix} 2 & 7 & 5 \\ 4 & -2 & 1 \\ 1 & 3 & 6 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определители 4-го порядка методом разложения по строке или столбцу:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 4 & -3 & 4 & 1 \\ -2 & 7 & -2 & 3 \\ 5 & 2 & 5 & 4 \\ 8 & 6 & 8 & 1 \end{vmatrix} \quad \text{б) } \begin{vmatrix} 9 & 4 & 1 & 5 \\ 4 & -5 & 2 & 3 \\ 0 & -8 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -5 & 1 \end{vmatrix}$$

4. Решить по формулам Крамера систему уравнения:

$$\begin{cases} 3x-2y+7z=19 \\ x-y-3z=-4 \\ 2x+3y-z=-3 \end{cases}$$

5. Определить, имеет ли матрица обратную, и если имеет, найти ее:

$$\begin{pmatrix} 2 & -5 & 1 \\ 3 & 7 & 2 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

6. Решить систему линейных уравнений, записанных в матричной форме, методом обратной матрицы:

$$\begin{pmatrix} 1 & -4 & -2 \\ 4 & 3 & -4 \\ 3 & -2 & -3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

7. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} x+y-z=-2 \\ 3x+2y+z=3 \\ 5x+2y-2z=3 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x_1+x_2-3x_3+2x_4=6 \\ 2x_1-2x_2-3x_3+x_4=-6 \\ 3x_1+x_2+x_3+3x_4=40 \\ 5x_1-3x_2+2x_3-4x_4=22 \end{cases}$$

### Вариант 3

1. Дано  $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 7 & 1 & 2 \\ 5 & 6 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 7 \\ 5 & 2 & 3 \\ 6 & -8 & 2 \end{pmatrix}$

Найти:  $A^2$

2. Вычислить определитель 3-го порядка:

$$\begin{vmatrix} 8 & -3 & 5 \\ -4 & 2 & 1 \\ 1 & 7 & 6 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определители 4-го порядка методом разложения по строке или столбцу:

$$a) \begin{vmatrix} 3 & 6 & 8 & 1 \\ 2 & -3 & 4 & 1 \\ 2 & 7 & -2 & 3 \\ 1 & 2 & 5 & 4 \end{vmatrix} \quad б) \begin{vmatrix} 0 & 1 & 5 & 0 \\ 6 & 3 & 8 & 1 \\ -3 & 2 & 4 & 1 \\ 7 & 2 & -2 & 3 \end{vmatrix}$$

4. Решить по формулам Крамера систему уравнения.

$$\begin{cases} 2x+y-z=-1 \\ x-y+5z=6 \\ 3x+4y-3z=3 \end{cases}$$

5. Определить, имеет ли матрица обратную, и если имеет, найти ее:

$$\begin{pmatrix} 7 & -9 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ 5 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

6. Решить систему линейных уравнений, записанных в матричной форме, методом обратной матрицы:

$$\begin{pmatrix} 1 & -4 & -2 \\ 4 & 3 & -4 \\ 3 & -2 & -3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

7. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} x+y-z=-2 \\ 3x+2y+z=3 \\ 5x+2y-2z=3 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x_1-2x_2+3x_3+3x_4=16 \\ 2x_1+3x_2+5x_3+4x_4=18 \\ 3x_1+2x_2+5x_3-5x_4=-6 \\ 4x_1+3x_2-2x_3-5x_4=-12 \end{cases}$$

#### Вариант 4

1. Дано  $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 7 & 1 & 2 \\ 5 & 6 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 7 \\ 5 & 2 & 3 \\ 6 & -8 & 2 \end{pmatrix}$

Найти:  $B^2$

2. Вычислить определитель 3-го порядка:

$$\begin{vmatrix} 3 & -8 & 5 \\ -4 & 2 & 4 \\ 1 & 7 & 6 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определители 4-го порядка методом разложения по строке или столбцу:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 9 & 7 & 1 & 2 \\ 4 & -3 & 2 & 1 \\ 5 & -8 & 1 & 2 \\ 1 & 8 & -5 & 1 \end{vmatrix} \quad \text{б) } \begin{vmatrix} 9 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & -5 & 2 & 3 \\ 7 & -8 & 4 & 2 \\ 0 & 8 & -5 & 1 \end{vmatrix}$$

4. Решить по формулам Крамера систему уравнения:

$$\begin{cases} 3x+2y-4z=8 \\ 2x+4y-5z=11 \\ 4x-3y+2z=1 \end{cases}$$

5. Определить, имеет ли матрица обратную, и если имеет, найти ее:



$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & -5 \\ 7 & 4 & 2 \\ 1 & 5 & -6 \end{pmatrix}$$

6. Решить систему линейных уравнений, записанных в матричной форме, методом обратной матрицы:

$$\begin{pmatrix} 1 & -4 & -2 \\ 4 & 3 & -4 \\ 3 & -2 & -3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

7. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} x - 2y + 4z = 3 \\ 3x - y + 5z = 2 \\ 2x - 4y + 3z = 1 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x_1 + x_2 - 4x_3 - x_4 = 10 \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 - 2x_4 = 9 \\ 3x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 4x_4 = 30 \\ 3x_1 - 2x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 7 \end{cases}$$

## Вариант 5

1. Дано  $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 7 & 1 & 2 \\ 5 & 6 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 7 \\ 5 & 2 & 3 \\ 6 & -8 & 2 \end{pmatrix}$

Найти:  $A^T \times B$

2. Вычислить определитель 3-го порядка:

$$\begin{vmatrix} 7 & -3 & 5 \\ 4 & 9 & 1 \\ 8 & 2 & 6 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определители методом разложения по строке или столбцу:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 & 4 \\ 3 & 2 & 7 & -2 \\ 4 & 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 6 & 8 \end{vmatrix} \quad \text{б) } \begin{vmatrix} 0 & 8 & -5 & 1 \\ 4 & -5 & 2 & 3 \\ 9 & 0 & 1 & 0 \\ 7 & -8 & 4 & 2 \end{vmatrix}$$

4. Решить по формулам Крамера систему уравнения:

$$\begin{cases} 2x - 5y + 3z = 4 \\ 4x + 3y - 5z = 2 \\ 5x + 4y - 2z = 18 \end{cases}$$

5. Определить, имеет ли матрица обратную, и если имеет, найти ее:

$$\begin{pmatrix} 1 & -4 & 7 \\ 2 & 8 & 9 \\ -3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

6. Решить систему линейных уравнений, записанных в матричной форме, методом обратной матрицы:

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 11 \end{pmatrix}$$

7. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} x+3y-4z=-11 \\ 2x-y-3z=0 \\ 3x+2y-z=7 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x_1-8x_2+10x_3+3x_4=-35 \\ x_1+2x_2-3x_3-x_4=12 \\ 3x_1-7x_2+7x_3+2x_4=-22 \\ 4x_1-7x_2+14x_3+5x_4=-48 \end{cases}$$

### Вариант 6

1. Дано  $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 7 & 1 & 2 \\ 5 & 6 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 7 \\ 5 & 2 & 3 \\ 6 & -8 & 2 \end{pmatrix}$

Найти:  $B \times A^T$

2. Вычислить определитель 3-го порядка:

$$\begin{vmatrix} -6 & 7 & 5 \\ -4 & 8 & 1 \\ 3 & 2 & 6 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определители методом разложения по строке или столбцу:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 1 & 3 & 6 & 8 \\ 1 & 2 & -3 & 4 \\ 3 & 2 & 7 & -2 \\ 4 & 1 & 2 & 5 \end{vmatrix} \quad \text{б) } \begin{vmatrix} 4 & 5 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 5 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 3 \end{vmatrix}$$

4. Решить по формулам Крамера систему уравнения:

$$\begin{cases} 3x-3y+2z=2 \\ 4x-5y+2z=1 \\ 5x-6y+4z=3 \end{cases}$$

5. Определить, имеет ли матрица обратную, и если имеет, найти ее:

$$\begin{pmatrix} 4 & -7 & 2 \\ 1 & 5 & 6 \\ 2 & 8 & -3 \end{pmatrix}$$

6. Решить систему линейных уравнений, записанных в матричной форме, методом обратной матрицы:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 8 & 3 & -6 \\ 4 & 1 & -3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$$

7. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} 2x - 5y - 3z = 16 \\ 3x + 2y + 4z = 4 \\ 4x + 3y + 2z = 1 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 6 \\ 2x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 3x_4 = -6 \\ 2x_1 - x_2 + 5x_3 - x_4 = 5 \\ 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 5x_4 = 10 \end{cases}$$

## Вариант 7

1. Дано  $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 7 & 1 & 2 \\ 5 & 6 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 7 \\ 5 & 2 & 3 \\ 6 & -8 & 2 \end{pmatrix}$

Найти:  $B^T \times A$

2. Вычислить определитель 3-го порядка:

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & -7 \\ -4 & 5 & 1 \\ 1 & 2 & 6 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определители методом разложения по строке или столбцу:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 5 & 1 & 2 & 5 \\ 8 & 3 & 6 & 8 \\ 4 & 2 & -3 & 4 \\ -2 & 2 & 7 & -2 \end{vmatrix} \quad \text{б) } \begin{vmatrix} 0 & 1 & -3 & 4 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 1 & -7 \\ 8 & -9 & 1 & 3 \end{vmatrix}$$

4. Решить по формулам Крамера систему уравнения:

$$\begin{cases} 3x+2y-4z=8 \\ 2x+4y-5z=11 \\ 4x-3y+2z=1 \end{cases}$$

5. Определить, имеет ли матрица обратную, и если имеет, найти ее:

$$\begin{pmatrix} 5 & -3 & 1 \\ 4 & 7 & 2 \\ 9 & -8 & 1 \end{pmatrix}$$

6. Решить систему линейных уравнений, записанных в матричной форме, методом обратной матрицы:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 3 & 4 & -2 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 11 \\ 11 \end{pmatrix}$$

7. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} x+y-z=-5 \\ 3x+2y-z=-3 \\ 2x-y+3z=21 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 3x_1-2x_2+3x_3+4x_4=11 \\ 4x_1+x_2+2x_3+3x_4=14 \\ x_1+x_2+5x_3+4x_4=12 \\ 2x_1+3x_2-4x_3-x_4=2 \end{cases}$$

## Вариант 8

1. Дано  $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 7 & 1 & 2 \\ 5 & 6 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 7 \\ 5 & 2 & 3 \\ 6 & -8 & 2 \end{pmatrix}$

Найти:  $A \times B^T$

2. Вычислить определитель 3-го порядка:

$$\begin{vmatrix} -8 & 3 & 5 \\ -4 & 9 & -1 \\ 7 & 2 & 6 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определители методом разложения по строке или столбцу:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 3 & 2 & 7 & -2 \\ 4 & 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 6 & 8 \\ 1 & 2 & -3 & 4 \end{vmatrix} \quad \text{б) } \begin{vmatrix} 3 & 7 & 0 & 1 \\ 6 & 3 & 5 & 1 \\ 2 & 3 & -1 & -5 \\ 0 & -8 & 0 & 2 \end{vmatrix}$$

4. Решить по формулам Крамера систему уравнения:

$$\begin{cases} x - y + 3z = 4 \\ 2x + y - 2z = 1 \\ 3x + y + z = 4 \end{cases}$$

5. Определить, имеет ли матрица обратную, и если имеет, найти ее:

$$\begin{pmatrix} -5 & 6 & 4 \\ 2 & 1 & -3 \\ 2 & 1 & 7 \end{pmatrix}$$

6. Решить систему линейных уравнений, записанных в матричной форме, методом обратной матрицы:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 8 & 3 & -6 \\ 4 & 1 & -3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

7. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} x + 3y + 10z = 8 \\ 3x - y + 4z = 18 \\ 2x - 2y + 3z = 15 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 6 \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 2 \\ 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 - x_4 = 6 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 - 4x_4 = -7 \end{cases}$$

## Вариант 9

1. Дано  $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 7 & 1 & 2 \\ 5 & 6 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 7 \\ 5 & 2 & 3 \\ 6 & -8 & 2 \end{pmatrix}$

Найти:  $A^T \times B^T$

2. Вычислить определитель 3-го порядка:

$$\begin{vmatrix} 9 & -3 & 5 \\ -4 & 2 & 1 \\ 8 & 7 & 6 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определители методом разложения по строке или столбцу:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 4 & 1 & 2 & 5 \\ 3 & 2 & 7 & -2 \\ 1 & 3 & 6 & 8 \\ 1 & 2 & -3 & 4 \end{vmatrix} \quad \text{б) } \begin{vmatrix} 1 & -3 & -2 & 0 \\ 0 & -4 & 3 & 0 \\ 2 & 5 & -4 & -1 \\ 0 & 2 & 1 & 8 \end{vmatrix}$$

4. Решить по формулам Крамера систему уравнения:

$$\begin{cases} 2x+3y+z=4 \\ 2x-y+2z=16 \\ 4x+3y+5z=26 \end{cases}$$

5. Определить, имеет ли матрица обратную, и если имеет, найти ее:

$$\begin{pmatrix} 8 & -7 & 6 \\ 2 & 1 & -3 \\ 4 & 5 & -6 \end{pmatrix}$$

6. Решить систему линейных уравнений, записанных в матричной форме, методом обратной матрицы:

$$\begin{pmatrix} 3 & -3 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 14 \\ 5 \end{pmatrix}$$

7. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} 2x+3y-5z=0 \\ 3x-y+9z=33 \\ 5x+3y-2z=21 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 2x_1+3x_2+3x_3-x_4=2 \\ x_1+x_2-2x_3+2x_4=11 \\ 3x_1-x_2-2x_3+2x_4=9 \\ 3x_1+2x_2+x_3-4x_4=-6 \end{cases}$$

## Вариант 10

1. Дано  $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 7 & 1 & 2 \\ 5 & 6 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 7 \\ 5 & 2 & 3 \\ 6 & -8 & 2 \end{pmatrix}$

Найти:  $(B^T)^2$

2. Вычислить определитель 3-го порядка:

$$\begin{vmatrix} 8 & -7 & 5 \\ -4 & 9 & 1 \\ 3 & 2 & 6 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определители методом разложения по строке или столбцу:

$$a) \begin{vmatrix} 3 & 2 & 7 & -2 \\ 1 & 2 & -3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 6 & 8 \end{vmatrix} \cdot 6 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 3 & -1 & 4 \\ 0 & -1 & 0 & 7 \\ 2 & 0 & 5 & 1 \\ 2 & -1 & 5 & 7 \end{vmatrix}$$

4. Решить по формулам Крамера систему уравнения:

$$\begin{cases} 4x - y + 2z = 8 \\ 3x - 2y + 5z = 14 \\ 5x + 3y - 3z = 2 \end{cases}$$

5. Определить, имеет ли матрица обратную, и если имеет, найти ее:

$$\begin{pmatrix} 8 & -4 & 9 \\ 2 & 1 & 3 \\ -7 & 8 & 1 \end{pmatrix}$$

6. Решить систему линейных уравнений, записанных в матричной форме, методом обратной матрицы:

$$\begin{pmatrix} 5 & -2 & -3 \\ 1 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

7. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса:

$$a) \begin{cases} 5x + y + 7z = 15 \\ 3x + 4y + 2z = 26 \\ 7x + 2y - 5z = 24 \end{cases} \quad б) \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 5x_4 = 16 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 - x_4 = 7 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 1 \\ 4x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 11 \end{cases}$$

## Вариант 11

$$1. \text{ Дано } A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 7 & 1 & 2 \\ 5 & 6 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 7 \\ 5 & 2 & 3 \\ 6 & -8 & 2 \end{pmatrix}$$

Найти:  $(A^T)^2$

2. Вычислить определитель 3-го порядка:

$$\begin{vmatrix} -9 & 8 & 5 \\ -4 & 2 & 1 \\ 3 & -7 & 6 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определители методом разложения по строке или столбцу:

$$a) \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 5 \\ 3 & 2 & 7 & -2 \\ 1 & 3 & 6 & 8 \end{vmatrix} \quad б) \begin{vmatrix} 4 & 5 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & -3 & 4 \\ 7 & 0 & -8 & 1 \\ 0 & -2 & -1 & 0 \end{vmatrix}$$

4. Решить по формулам Крамера систему уравнения:

$$\begin{cases} 2x - y + 5z = 17 \\ 3x + 2y + 2z = 13 \\ 4x + 2y - 7z = 9 \end{cases}$$

5. Определить, имеет ли матрица обратную, и если имеет, найти ее:

$$\begin{pmatrix} 4 & -9 & 6 \\ 7 & 8 & 1 \\ -3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

6. Решить систему линейных уравнений, записанных в матричной форме, методом обратной матрицы:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 4 \\ 3 & 5 & -3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 \\ 21 \\ 0 \end{pmatrix}$$

7. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса:

$$a) \begin{cases} x + y + z = 3 \\ 4x - 2y - 3z = 3 \\ 5x + 3y + z = 7 \end{cases} \quad б) \begin{cases} x_1 - 5x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 15 \\ 2x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 36 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 + 3x_4 = 40 \\ 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 4x_4 = 22 \end{cases}$$

## Вариант 12

$$1. \text{ Дано } A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 7 & 1 & 2 \\ 5 & 6 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 7 \\ 5 & 2 & 3 \\ 6 & -8 & 2 \end{pmatrix}$$

Найти:  $B^T \times A^T$

2. Вычислить определитель 3-го порядка:



$$\begin{vmatrix} -5 & 3 & 4 \\ -4 & 2 & 7 \\ 1 & 8 & 6 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определители методом разложения по строке или столбцу:

$$a) \begin{vmatrix} 8 & 1 & 3 & 6 \\ 5 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & -3 \\ -2 & 3 & 2 & 7 \end{vmatrix} \quad б) \begin{vmatrix} 4 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & -2 & 6 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & 5 \\ 2 & -6 & 1 & 7 \end{vmatrix}$$

4. Решить по формулам Крамера систему уравнения:

$$\begin{cases} 4x - y + 2z = 8 \\ 3x - 2y + 5z = 14 \\ 5x + 3y - 3z = 2 \end{cases}$$

5. Определить, имеет ли матрица обратную, и если имеет, найти ее:

$$\begin{pmatrix} 4 & 3 & -2 \\ 7 & 8 & 9 \\ 1 & 5 & -6 \end{pmatrix}$$

6. Решить систему линейных уравнений, записанных в матричной форме, методом обратной матрицы:

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 & -3 \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & 5 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ -9 \\ -7 \end{pmatrix}$$

7. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса:

$$a) \begin{cases} x + 2y - 3z = 0 \\ 3x + y - z = 2 \\ 2x - y + 4z = 5 \end{cases} \quad б) \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 5x_4 = -18 \\ 2x_1 - 3x_2 + 6x_3 - 2x_4 = 7 \\ 3x_1 - 5x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 21 \\ 5x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 3x_4 = -1 \end{cases}$$

### Вариант 13

$$1. \text{ Дано } A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 7 & 1 & 2 \\ 5 & 6 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 7 \\ 5 & 2 & 3 \\ 6 & -8 & 2 \end{pmatrix}$$

Найти:  $A \times A^2$

2. Вычислить определитель 3-го порядка:

$$\begin{vmatrix} 2 & 7 & -5 \\ -4 & 2 & 3 \\ 1 & 8 & 6 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определители методом разложения по строке или столбцу:

$$a) \begin{vmatrix} 5 & 4 & 1 & 2 \\ 8 & 1 & 3 & 6 \\ 4 & 1 & 2 & -3 \\ -2 & 3 & 2 & 7 \end{vmatrix} \quad б) \begin{vmatrix} -2 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 0 & 3 \\ 2 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & 5 & 1 \end{vmatrix}$$

4. Решить по формулам Крамера систему уравнения:

$$\begin{cases} 4x+5y+z=3 \\ 2x-8y+z=2 \\ 8x+3y-z=3 \end{cases}$$

5. Определить, имеет ли матрица обратную, и если имеет, найти ее:

$$\begin{pmatrix} 3 & -7 & 8 \\ 9 & 4 & -5 \\ 6 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

6. Решить систему линейных уравнений, записанных в матричной форме, методом обратной матрицы:

$$\begin{pmatrix} 2 & -4 & -3 \\ 1 & -1 & 3 \\ -1 & -2 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix}$$

7. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса:

$$a) \begin{cases} x+5y-4z=-5 \\ 2x-3y+z=2 \\ 4x+y-3z=-4 \end{cases} \quad б) \begin{cases} x_1+5x_2-7x_3+4x_4=45 \\ 2x_1-x_2-3x_3+2x_4=9 \\ 3x_1+7x_2+7x_3-5x_4=0 \\ 3x_1-2x_2-3x_3+2x_4=7 \end{cases}$$

## Вариант 14

$$1. \text{ Дано } A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 7 & 1 & 2 \\ 5 & 6 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 7 \\ 5 & 2 & 3 \\ 6 & -8 & 2 \end{pmatrix}$$

Найти:  $A^2 \times A$

2. Вычислить определитель 3-го порядка:

$$\begin{vmatrix} 7 & -3 & 5 \\ -4 & 8 & 3 \\ 1 & 2 & 6 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определители методом разложения по строке или столбцу:

$$a) \begin{vmatrix} 2 & 1 & 2 & 5 \\ 6 & 3 & 6 & 8 \\ -3 & 2 & -3 & 4 \\ 7 & 2 & 7 & -2 \end{vmatrix} \quad б) \begin{vmatrix} 9 & 0 & -1 & 4 \\ 5 & 1 & 7 & 1 \\ 7 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 1 \end{vmatrix}$$

4. Решить по формулам Крамера систему уравнения:

$$\begin{cases} 2x + y - 2z = 4 \\ 3x - y - 5z = 12 \\ 4x + 3y + 2z = 3 \end{cases}$$

5. Определить, имеет ли матрица обратную, и если имеет, найти ее:

$$\begin{pmatrix} 2 & -7 & 3 \\ 8 & 5 & 4 \\ -2 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

6. Решить систему линейных уравнений, записанных в матричной форме, методом обратной матрицы:

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 4 & 1 & -5 \\ 3 & -2 & 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ -1 \\ 8 \end{pmatrix}$$

7. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса:

$$a) \begin{cases} x - y + 3z = 4 \\ 3x + y + z = 4 \\ 2x + y - 2z = 1 \end{cases} \quad б) \begin{cases} x_1 - 9x_2 + 10x_3 + 7x_4 = -33 \\ 3x_1 + 10x_2 + 5x_3 - 4x_4 = -4 \\ 3x_1 + 7x_2 - 2x_3 - 5x_4 = 19 \\ 4x_1 - 7x_2 + 14x_3 + 5x_4 = -48 \end{cases}$$

## Вариант 15

$$1. \text{ Дано } A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 7 & 1 & 2 \\ 5 & 6 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 7 \\ 5 & 2 & 3 \\ 6 & -8 & 2 \end{pmatrix}$$

Найти:  $B \times A^2$

2. Вычислить определитель 3-го порядка:

$$\begin{vmatrix} 9 & -4 & 5 \\ -4 & 3 & 1 \\ 7 & 2 & 6 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определители методом разложения по строке или столбцу:

$$a) \begin{vmatrix} 8 & 1 & 6 & 3 \\ -2 & 3 & 7 & 2 \\ 5 & 4 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & -3 & 2 \end{vmatrix} \quad б) \begin{vmatrix} 5 & 1 & 7 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 1 \\ 9 & 0 & -1 & 4 \\ 7 & -3 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

4. Решить по формулам Крамера систему уравнения:

$$\begin{cases} 5x - 3y + 4z = 7 \\ 2x - 2y + 3z = 5 \\ 7x - 8y + 5z = 13 \end{cases}$$

5. Определить, имеет ли матрица обратную, и если имеет, найти ее:

$$\begin{pmatrix} 4 & -6 & 7 \\ 8 & 9 & 5 \\ -3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

6. Решить систему линейных уравнений, записанных в матричной форме, методом обратной матрицы:

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 3 & 1 & -3 \\ 4 & -2 & -5 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 10 \\ 11 \end{pmatrix}$$

7. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса:

$$a) \begin{cases} x - 2y + 3z = 6 \\ 3x - 2y - 5z = 6 \\ 2x + 3y - 4z = 20 \end{cases} \quad б) \begin{cases} x_1 + 5x_2 + 3x_3 - 4x_4 = -4 \\ 2x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 3x_4 = -6 \\ 2x_1 + 5x_2 - x_3 + 3x_4 = 7 \\ 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 5x_4 = 10 \end{cases}$$

Вариант 16

1. Дано  $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 7 & 1 & 2 \\ 5 & 6 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 7 \\ 5 & 2 & 3 \\ 6 & -8 & 2 \end{pmatrix}$

Найти:  $A^2 \times B$

2. Вычислить определитель 3-го порядка:

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 7 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 6 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определители методом разложения по строке или столбцу:

$$a) \begin{vmatrix} 6 & 3 & 8 & 1 \\ 7 & 2 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & 5 & 4 \\ -3 & 2 & 4 & 1 \end{vmatrix} \quad б) \begin{vmatrix} 2 & -6 & 1 & 7 \\ 4 & 1 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 5 \\ 2 & -2 & 6 & 1 \end{vmatrix}$$

4. Решить по формулам Крамера систему уравнения:

$$\begin{cases} 4x - 4y + 3z = 16 \\ 3x - y + 5z = 8 \\ 2x - 7y + 3z = 18 \end{cases}$$

5. Определить, имеет ли матрица обратную, и если имеет, найти ее:

$$\begin{pmatrix} 4 & 6 & -1 \\ 2 & 1 & 7 \\ 8 & 9 & -4 \end{pmatrix}$$

6. Решить систему линейных уравнений, записанных в матричной форме, методом обратной матрицы:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$$

7. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса:

$$a) \begin{cases} x + 2y - z = 2 \\ 8x + 3y - 6z = 5 \\ 4x + y - 3z = 2 \end{cases} \quad б) \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 4 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 1 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\ 4x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 11 \end{cases}$$

Вариант 17

1. Дано  $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 7 & 1 & 2 \\ 5 & 6 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 7 \\ 5 & 2 & 3 \\ 6 & -8 & 2 \end{pmatrix}$

Найти:  $A^2 \times A^T$

2. Вычислить определитель 3-го порядка:

$$\begin{vmatrix} 2 & 8 & 5 \\ -4 & 2 & 7 \\ -1 & 2 & -6 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определители методом разложения по строке или столбцу:

$$a) \begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 & 1 \\ 2 & 7 & -2 & 3 \\ 1 & 2 & 5 & 4 \\ 3 & 6 & 8 & 1 \end{vmatrix} \quad б) \begin{vmatrix} 4 & 7 & -1 & -2 \\ 5 & 1 & 6 & 3 \\ 4 & 8 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & 1 & 7 \end{vmatrix}$$

4. Решить по формулам Крамера систему уравнения:

$$\begin{cases} x+2y-3z=0 \\ 2x-y+4z=5 \\ 3x+y-z=2 \end{cases}$$

5. Определить, имеет ли матрица обратную, и если имеет, найти ее:

$$\begin{pmatrix} 4 & -6 & 2 \\ 1 & 7 & 8 \\ 9 & 3 & -4 \end{pmatrix}$$

6. Решить систему линейных уравнений, записанных в матричной форме, методом обратной матрицы:

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 5 \\ 2 & -5 & 1 \\ -3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 \\ 9 \\ 0 \end{pmatrix}$$

7. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса:

$$a) \begin{cases} x+y+2z=-1 \\ 2x-y+2z=-4 \\ 4x+y+4z=-2 \end{cases} \quad б) \begin{cases} x_1+x_2+5x_3+4x_4=12 \\ 2x_1+3x_2-4x_3-x_4=2 \\ 3x_1-2x_2+3x_3+4x_4=11 \\ 4x_1+x_2+2x_3+3x_4=14 \end{cases}$$

## Вариант 18

1. Дано  $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 7 & 1 & 2 \\ 5 & 6 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 7 \\ 5 & 2 & 3 \\ 6 & -8 & 2 \end{pmatrix}$

Найти:  $A^T \times A^2$

2. Вычислить определитель 3-го порядка:

$$\begin{vmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 4 & 2 & 1 \\ 8 & -3 & 6 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определители методом разложения по строке или столбцу:

$$a) \begin{vmatrix} 3 & 6 & 8 & 1 \\ 2 & -3 & 4 & 1 \\ 2 & 7 & -2 & 3 \\ 1 & 2 & 5 & 4 \end{vmatrix} \quad б) \begin{vmatrix} 3 & 4 & -5 & 1 \\ 4 & -5 & 6 & 3 \\ 9 & 0 & 1 & 0 \\ 7 & -8 & 5 & 2 \end{vmatrix}$$

4. Решить по формулам Крамера систему уравнения:

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ 4x - 2y - 3z = 3 \\ 5x + 3y + z = 7 \end{cases}$$

5. Определить, имеет ли матрица обратную, и если имеет, найти ее:

$$\begin{pmatrix} 4 & 9 & -7 \\ 8 & 3 & -1 \\ 2 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

6. Решить систему линейных уравнений, записанных в матричной форме, методом обратной матрицы:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 3 & -3 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 11 \\ 5 \end{pmatrix}$$

7. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса:

$$a) \begin{cases} x + y - z = 1 \\ 8x + 3y - 6z = 2 \\ 4x + y - z = 3 \end{cases} \quad б) \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 7x_3 - 5x_4 = 2 \\ 2x_1 - 5x_2 + 4x_3 - 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 15 \\ 4x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 4x_4 = 14 \end{cases}$$

## Вариант 19

1. Дано  $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 7 & 1 & 2 \\ 5 & 6 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 7 \\ 5 & 2 & 3 \\ 6 & -8 & 2 \end{pmatrix}$

Найти:  $A^2 \times B^T$

2. Вычислить определитель 3-го порядка:

$$\begin{vmatrix} -2 & 7 & 5 \\ -4 & 2 & 1 \\ 8 & 2 & 6 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определители методом разложения по строке или столбцу:

$$a) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 & 4 \\ 3 & 6 & 8 & 1 \\ 2 & -3 & 4 & 1 \\ 2 & 7 & -2 & 3 \end{vmatrix} \quad б) \begin{vmatrix} 4 & 5 & 4 & 2 \\ 5 & 0 & 5 & 1 \\ 0 & -6 & 2 & 0 \\ 4 & 3 & -1 & 3 \end{vmatrix}$$

4. Решить по формулам Крамера систему уравнения:

$$\begin{cases} x + 5y - 4z = -5 \\ 2x - 3y + z = 2 \\ 4x + y - 3z = -4 \end{cases}$$

5. Определить, имеет ли матрица обратную, и если имеет, найти ее:

$$\begin{pmatrix} 4 & 3 & -5 \\ 7 & 2 & 1 \\ -8 & 6 & 9 \end{pmatrix}$$

6. Решить систему линейных уравнений, записанных в матричной форме, методом обратной матрицы:

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 5 & -2 & -3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 18 \end{pmatrix}$$

7. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса:

$$a) \begin{cases} x - 4y - 2z = -3 \\ 3x + y + z = 5 \\ 3x - 5y - 6z = -9 \end{cases} \quad б) \begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 11 \\ 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 - x_4 = 2 \\ 3x_1 + x_2 + 7x_3 - 4x_4 = -6 \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 9 \end{cases}$$



## Вариант 20

1. Дано  $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 7 & 1 & 2 \\ 5 & 6 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 7 \\ 5 & 2 & 3 \\ 6 & -8 & 2 \end{pmatrix}$

Найти:  $B^T \times A^2$

2. Вычислить определитель 3-го порядка:

$$\begin{vmatrix} 6 & -3 & 5 \\ 4 & 7 & 1 \\ -1 & 2 & 6 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определители методом разложения по строке или столбцу:

а)  $\begin{vmatrix} 2 & 7 & -2 & 3 \\ 1 & 2 & 5 & 4 \\ 3 & 6 & 8 & 1 \\ 2 & -3 & 4 & 1 \end{vmatrix}$  б)  $\begin{vmatrix} 3 & 7 & -5 & 1 \\ 6 & 4 & 5 & 1 \\ 7 & 3 & -1 & -5 \\ 0 & -8 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

4. Решить по формулам Крамера систему уравнения:

$$\begin{cases} 5x + 8y + z = 2 \\ 2x + y - z = -5 \\ 3x - 2y + 6z = -7 \end{cases}$$

5. Определить, имеет ли матрица обратную, и если имеет, найти ее:

$$\begin{pmatrix} 5 & -3 & 1 \\ 4 & 7 & 2 \\ 9 & -8 & 1 \end{pmatrix}$$

6. Решить систему линейных уравнений, записанных в матричной форме, методом обратной матрицы:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 5 & -3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 21 \\ 13 \\ 0 \end{pmatrix}$$

7. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса:

а)  $\begin{cases} x + 2y + 4z = 31 \\ 3x - y + z = 9 \\ 5x + y + 2z = 20 \end{cases}$  б)  $\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 11 \\ 2x_1 + 5x_2 + 4x_3 + x_4 = 20 \\ 2x_1 + 10x_2 + 9x_3 + 9x_4 = 40 \\ 3x_1 + 8x_2 + 9x_3 + 2x_4 = 37 \end{cases}$

## Вариант 21

1. Дано  $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 7 & 1 & 2 \\ 5 & 6 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 7 \\ 5 & 2 & 3 \\ 6 & -8 & 2 \end{pmatrix}$

Найти:  $B^T \times B^2$

2. Вычислить определитель 3-го порядка:

$$\begin{vmatrix} 5 & 3 & -6 \\ -4 & 7 & 1 \\ 8 & 2 & 6 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определители методом разложения по строке или столбцу:

$$a) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 & 4 \\ 2 & 7 & -2 & 3 \\ 3 & 6 & 8 & 1 \\ 2 & -3 & 4 & 1 \end{vmatrix} \quad b) \begin{vmatrix} 1 & -3 & -2 & 4 \\ 0 & -4 & 3 & 0 \\ 1 & 5 & -4 & -3 \\ 4 & 2 & 1 & 8 \end{vmatrix}$$

4. Решить по формулам Крамера систему уравнения:

$$\begin{cases} x - y + 3z = 3 \\ 2x - 7y + z = -4 \\ 3x + y - z = 17 \end{cases}$$

5. Определить, имеет ли матрица обратную, и если имеет, найти ее:

$$\begin{pmatrix} 4 & -9 & 6 \\ 7 & 8 & 1 \\ -3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

6. Решить систему линейных уравнений, записанных в матричной форме, методом обратной матрицы:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & -3 \\ -1 & -2 & 5 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 \\ -5 \\ -7 \end{pmatrix}$$

7. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} x-4y-2z=0 \\ 3x-5y-6z=-21 \\ 3x+y+z=-4 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x_1+2x_2+3x_3+4x_4=11 \\ 2x_1+3x_2+4x_3+x_4=12 \\ 3x_1+4x_2+x_3+2x_4=13 \\ 4x_1+x_2+2x_3+3x_4=14 \end{cases}$$

## Вариант 22

1. Дано  $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 7 & 1 & 2 \\ 5 & 6 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 7 \\ 5 & 2 & 3 \\ 6 & -8 & 2 \end{pmatrix}$

Найти:  $B^2 \times B^T$

2. Вычислить определитель 3-го порядка:

$$\begin{vmatrix} -7 & 3 & 5 \\ 4 & 2 & 1 \\ 8 & 2 & 6 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определители методом разложения по строке или столбцу:

А)  $\begin{vmatrix} 2 & 7 & -2 & 3 \\ 2 & -3 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 5 & 4 \\ 3 & 6 & 8 & 1 \end{vmatrix}$  б)  $\begin{vmatrix} 4 & 5 & 2 & -3 \\ 4 & 2 & -3 & 1 \\ 7 & 6 & -8 & 1 \\ 0 & -3 & 4 & 0 \end{vmatrix}$

4. Решить по формулам Крамера систему уравнения:

$$\begin{cases} x-y+5z=11 \\ 4x-3y-6z=-9 \\ 5x-5y-4z=-3 \end{cases}$$

5. Определить, имеет ли матрица обратную, и если имеет, найти ее:

$$\begin{pmatrix} 3 & -7 & 8 \\ 9 & 4 & -5 \\ 6 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

6. Решить систему линейных уравнений, записанных в матричной форме, методом обратной матрицы:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & -4 & -3 \\ -1 & -2 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

7. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} x - y + 5z = 11 \\ 4x - 3y - 6z = -9 \\ 5x - 5y - 4z = -3 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 2 \\ 2x_1 - x_2 + 5x_3 - x_4 = 5 \\ 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 5x_4 = 10 \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 - x_4 = -1 \end{cases}$$

### Вариант 23

1. Дано  $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 7 & 1 & 2 \\ 5 & 6 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 7 \\ 5 & 2 & 3 \\ 6 & -8 & 2 \end{pmatrix}$

Найти:  $A \times A^T$

2. Вычислить определитель 3-го порядка:

$$\begin{vmatrix} -7 & 3 & 5 \\ 9 & -2 & 1 \\ 8 & 2 & 6 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определители методом разложения по строке или столбцу:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 5 & 4 \\ 2 & 7 & -2 & 3 \\ 3 & 6 & 8 & 1 \end{vmatrix} \quad \text{б) } \begin{vmatrix} 5 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & -2 & 6 & 1 \\ 7 & 0 & 0 & 5 \\ 2 & -6 & 1 & 7 \end{vmatrix}$$

4. Решить по формулам Крамера систему уравнения:

$$\begin{cases} x - 4y - 2z = 0 \\ 3x - 5y - 6z = -21 \\ 3x + y + z = -4 \end{cases}$$

5. Определить, имеет ли матрица обратную, и если имеет, найти ее:

$$\begin{pmatrix} 4 & 3 & -5 \\ 7 & 2 & 1 \\ -8 & 6 & 9 \end{pmatrix}$$

6. Решить систему линейных уравнений, записанных в матричной форме, методом обратной матрицы:

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 3 & -4 \\ 3 & -2 & -5 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 20 \\ 6 \end{pmatrix}$$

7. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} x - y + 3z = 3 \\ 3x + y - z = 17 \\ 2x - 7y + z = -4 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x_1 - 8x_2 + 10x_3 + 3x_4 = 3 \\ 4x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 17 \\ 3x_1 - 7x_2 + 7x_3 + 2x_4 = 8 \\ 5x_1 - 17x_2 + x_3 - 2x_4 = -24 \end{cases}$$

## Вариант 24

1. Дано  $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 7 & 1 & 2 \\ 5 & 6 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 7 \\ 5 & 2 & 3 \\ 6 & -8 & 2 \end{pmatrix}$

Найти:  $B \times B^T$

2. Вычислить определитель 3-го порядка:

$$\begin{vmatrix} 2 & -8 & 5 \\ 9 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & 6 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определители методом разложения по строке или столбцу:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 3 & 6 & 8 & 1 \\ 1 & 2 & 5 & 4 \\ 2 & -3 & 4 & 1 \\ 2 & 7 & -2 & 3 \end{vmatrix} \quad \text{б) } \begin{vmatrix} 4 & 5 & -1 & 3 \\ 0 & 4 & 0 & 7 \\ 2 & 1 & 3 & 4 \\ 2 & -1 & 5 & 7 \end{vmatrix}$$

4. Решить по формулам Крамера систему уравнения:

$$\begin{cases} x + y + 5z = 16 \\ 2x + 3y + 4z = 15 \\ 3x - 2y + z = 1 \end{cases}$$

5. Определить, имеет ли матрица обратную, и если имеет, найти ее:

$$\begin{pmatrix} 2 & -7 & 5 \\ 3 & 9 & 2 \\ 4 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

6. Решить систему линейных уравнений, записанных в матричной форме, методом обратной матрицы:

$$\begin{pmatrix} 3 & -2 & 2 \\ 4 & 1 & -5 \\ 1 & -3 & 4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ -1 \\ 7 \end{pmatrix}$$

7. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса:

$$\text{a) } \begin{cases} x+y-z=-2 \\ 3x+2y+z=3 \\ 5x+2y-2z=3 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x_1+2x_2-3x_3+x_4=-1 \\ 2x_1-5x_2+3x_3-2x_4=-2 \\ 3x_1-2x_2+4x_3-8x_4=7 \\ 4x_1+5x_2-3x_3+2x_4=8 \end{cases}$$

## Вариант 25

1. Дано  $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 7 & 1 & 2 \\ 5 & 6 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 7 \\ 5 & 2 & 3 \\ 6 & -8 & 2 \end{pmatrix}$

Найти:  $A^T \times A$

2. Вычислить определитель 3-го порядка:

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 5 \\ -7 & 2 & 1 \\ 8 & 2 & 6 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определители методом разложения по строке или столбцу:

$$\text{a) } \begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 & 4 \\ 3 & 6 & 8 & 1 \\ 2 & -3 & 4 & 1 \\ 2 & 7 & -2 & 3 \end{vmatrix} \quad \text{б) } \begin{vmatrix} -5 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 7 & 1 & 3 \\ 4 & 0 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & 5 & 4 \end{vmatrix}$$

4. Решить по формулам Крамера систему уравнения:

$$\begin{cases} 2x+y+2z=1 \\ 3x-y+2z=1 \\ 4x-y+5z=-3 \end{cases}$$

5. Определить, имеет ли матрица обратную, и если имеет, найти ее:

$$\begin{pmatrix} 5 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 7 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

6. Решить систему линейных уравнений, записанных в матричной форме, методом обратной матрицы:

$$\begin{pmatrix} 1 & -4 & -2 \\ 3 & 1 & 1 \\ 3 & -5 & -6 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \\ -9 \end{pmatrix}$$

7. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} x-2y+2z=3 \\ 2x-y+3z=9 \\ 3x+2y-z=4 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x_1+x_2-4x_3-x_4=7 \\ 2x_1-x_2-3x_3+2x_4=12 \\ 3x_1-2x_2-3x_3+2x_4=13 \\ 3x_1+5x_2-2x_3+4x_4=15 \end{cases}$$

Список литературы;

- 1.Линейная алгебра /Н.А.Березина-Издательство RUGRAM,2022г.-128с.
- 2.Линейная алгебра. Основы теории, примеры и задачи /С.А.Логвенков, Самовол - Издательство МЦНМО,2020г.-188с.
- 3.Линейная алгебра / О.И.Воронин, В.А.Жулего, С.М.-Издательство Инфра-Инженерия,2023г.-176с.
- 4.Линейная алгебра. Лекции: учебное пособие для СПО / И.К.Бусяцкая – 1-е изд.-Издательство Лань,2024г.-268с.
- Основы линейной алгебры: учебник для СПО / А.И.Мальцев – 2-е изд.-Издательство Лань,2024г.-472с.
- 5.Татарников О.В. Элементы линейной алгебры; учебник и практикум для СПО/ О.В. Татарников, А.С.Чуйко ,В.Г.Шершнев; под общ.ред. / О.В. Татарников – М.:Издательство Юрайт,2019-334с.
6. Конспект лекций по высшей математике: полный курс/ Д.Т.Письменный – 9-е изд. – М.:Айрис-пресс,-608с.

Интернет-ресурсы:

Единая Университетская библиотека. Код доступа

[https://biblioclub.ru/index.php?page=main\\_ub\\_red](https://biblioclub.ru/index.php?page=main_ub_red)

Материалы по математике для самостоятельной подготовки Код доступа <http://www.mathprofi.ru/>

