Щелканова Валерия Олеговна , студентка бакалавриата

Ставропольский государственный педагогический институт (г. Ставрополь)

**ТОПОЛОГИЯ**

Новейший раздел математики ТОПОЛОГИЯ, раздел математики, занимающийся изучением свойств фигур (или пространств), которые сохраняются при непрерывных деформациях, таких, например, как растяжение, сжатие или изгибание. Непрерывная деформация – это деформация фигуры, при которой не происходит разрывов (т.е. нарушения целостности фигуры) или склеиваний (т.е. отождествления ее точек). Такие геометрические свойства связаны с положением, а не с формой или величиной фигуры. В научно-популярной литературе топологию часто называют «геометрией на резиновом листе».

В 1640 французский философ и математик Р.Декарт (1596–1650) нашел инвариантное соотношение между числом вершин, ребер и граней простых многогранников. Это соотношение Декарт выразил формулой : V – E + F = 2, где V – число вершин, E – число ребер и F – число граней. Р.Декарт

Л.Эйлер В 1752 швейцарский математик Л.Эйлер (1707–1783) дал строгое доказательство этой формулы. Еще один вклад Эйлера в развитие топологии – это решение знаменитой задачи о кёнигсбергских мостах. Речь шла об острове на реке Прегель в Кёнигсберге (в том месте, где река разделяется на два рукава – Старый и Новый Прегель) и семи мостах, соединяющих остров с берегами. Задача состояла в том, чтобы выяснить, можно ли обойти все семь мостов по непрерывному маршруту, побывав на каждом только один раз и вернувшись в исходную точку

**Разделы топологии**

Топологию можно подразделить на три области: 1) комбинаторную топологию, изучающую геометрические формы посредством их разбиения на простейшие фигуры, регулярным образом примыкающие друг к другу; 2) алгебраическую топологию, занимающуюся изучением алгебраических структур, связанных с топологическими пространствами, с упором на теорию групп; 3) теоретико-множественную топологию, изучающую множества как скопления точек.

Некоторые основные понятия Топологическое пространство состоит из множества точек S и набора S подмножеств множества S, удовлетворяющего следующим аксиомам: 1) все множество S и пустое множество принадлежат набору S; 2) объединение любой совокупности множеств из S есть множество из S; 3) пересечение любого конечного числа множеств из S есть множество из S. Множества, входящие в набор S, называются открытыми множествами, а сам этот набор – топологией в S. Топологическое преобразование, или гомеоморфизм, одной геометрической фигуры S на другую, Sў, – это отображение (p ® pў) точек p из S в точки pў из Sў, удовлетворяющее следующим условиям: 1) устанавливаемое им соответствие между точками из S и Sў взаимно однозначно, т.е. каждой точке p из S соответствует только одна точка pў из Sў и в каждую точку pў отображается только одна точка p; 2) отображение взаимно непрерывно (в обе стороны), т.е. если заданы две точки p, q из S и точка p движется так, что расстояние между ней и точкой q стремится к нулю, то расстояние между соответствующими точками pў, qў из Sў также стремится к нулю, и наоборот.

Гомеоморфность фигур Геометрические фигуры, переходящие одна в другую при топологических преобразованиях, называются гомеоморфными. Окружность и граница квадрата гомеоморфны, так как их можно перевести друг в друга топологическим преобразованием(т.е. изгибанием и растяжением без разрывов и склеиваний, например, растяжением границы квадрата на описанную вокруг него окружность). Cфера и поверхность куба также гомеоморфны.

Гомеоморфность фигур Чтобы доказать гомеоморфность фигур, достаточно указать соответствующее преобразование, но тот факт, что для каких-то фигур найти преобразование нам не удается, не доказывает, что эти фигуры не гомеоморфны. Здесь помогают топологические свойства. Топологическим свойством (или топологическим инвариантом) геометрических фигур называется свойство, которым вместе с данной фигурой обладает также любая фигура, в которую она переходит при топологическом преобразовании..

Область любое открытое связное множество, содержащее, по крайней мере, одну точку, называется областью. Область, в которой любую замкнутую простую (т.е. гомеоморфную окружности) кривую можно стянуть в точку, оставаясь все время в этой области, называется односвязной, а соответствующее свойство области – односвязностью. Если же некоторую замкнутую простую кривую этой области нельзя стянуть в точку, оставаясь все время в этой области, то область называется многосвязной, а соответствующее свойство области – многосвязностью. Односвязность и многосвязность – топологические свойства. Область с дырой не может перейти при гомеоморфизме в область без дыр. Интересно отметить, что если в многосвязном диске провести по разрезу от каждой из дыр до края диска, то он станет односвязным.

**Важные проблемы и результаты**. Теорема Жордана о замкнутой кривой. Если на поверхности проведена простая замкнутая кривая, то существует ли какое-либо свойство кривой, которое сохраняется при деформации поверхности? Существование такого свойства вытекает из следующей теоремы: простая замкнутая кривая на плоскости делит плоскость на две области, внутреннюю и внешнюю. Эта кажущаяся тривиальной теорема очевидна для кривых простого вида, например, для окружности; однако для сложных замкнутых ломаных дело обстоит иначе. Теорема была впервые сформулирована и доказана К.Жорданом (1838–1922); однако доказательство Жордана оказалось ошибочным. Удовлетворительное доказательство было предложено О.Вебленом (1880–1960) в 1905.

Топология - очень красивая наука. Она осуществляет связь геометрии с алгеброй. Ее идеи и образы играют ключевую роль практически во всей современной математике - в дифференциальных уравнениях, механике, комплексном анализе, алгебраической геометрии, функциональном анализе, математической и квантовой физике, теории представлений, и даже - в удивительно преображенном виде - в теории чисел, комбинаторике и теории сложности вычислений. В частности, современная топология находит широкое применение в механике и математической физике. Топологические методы широко используются в качественной теории движения твердого тела.

**Список использованных источников и литературы**

1. Александров П.С., Пасынков Б.А. Введение в теорию размерности. М.: Наука, 1973

2. Годеман Р. Алгебраическая топология и теория пучков. М.: ИЛ, 1961

3. Келли Дж.Л. Общая топология. М.: Наука 1968

4. Телеман К. Элементы топологии и дифференцируемые многообразия. М.: Мир, 1967

6. Потехина Е.В. статья «Решение задач математической логики средствами прикладных программ» - URL: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=43928760 (2020г.)

7. Стюарт Я. Топология // Квант - 1992. - №7.