Изучение формул приведения (Правило лошади).

Татьяна Юдина, учитель математики МБОУ «Ковылкинская СОШ»

В 10 классе на уроках алгебры и начала анализа изучается раздел «Тригонометрические функции».

Одной из самых сложных и запутанных тем для учащихся в разделе «Тригонометрические функции» является тема «Формулы приведения». Формулы приведения позволяют приводить основные тригонометрические функции углов произвольной величины к функциям углов, лежащих в интервале от 0 до 90 градусов (от 0 до радиан). Оперировать углами от 0 до 90 градусов гораздо удобнее, чем работать со сколь угодно большими значениями.

В заданиях ЕГЭ прошлых лет указанная тема встречается довольно часто, но при этом вызывает у учащихся трудности при выполнении. Для того чтобы успешно сдать ЕГЭ нужно не зубрить наизусть формулы, а понять их суть. Поэтому нужно разработать какой-то простой и удобный способ запоминания формул приведения – специальное мнемоническое **правило**.

Изучение раздела «Тригонометрические функции» начинаем с новой тригонометрической модели – числовая окружность. Очень полезно сначала выучить с учениками границы координатных четвертей (это открытые дуги) – в радианах, градусах и «через π».

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | I четверть: | II четверть: | III четверть: | IV четверть: |
| Угол в градусах | от 0⁰ до 90⁰ | от 90⁰ до 180⁰ | от 180⁰ до 270⁰ | от 270⁰ до 360⁰ |
| Угол в радианах «через π» | От 0 до π/2 | От π/2 до π | От π до 3π/2 | От 3π/2 до 2π |
| Угол в радианах | От числа 0 до числа 1,57 | От числа 1,57 до числа 3,14 | От числа 3,14 до числа 4,71 | От числа 4,71 до числа 6,28 |

Заметим , что на оси Ох лежат:

0, π и -π, 2π и -2π,…

0, 180⁰ и -180⁰, 360⁰ и -360⁰,…

0, 3,14 и -3,14, 6,28 и -6,28,…

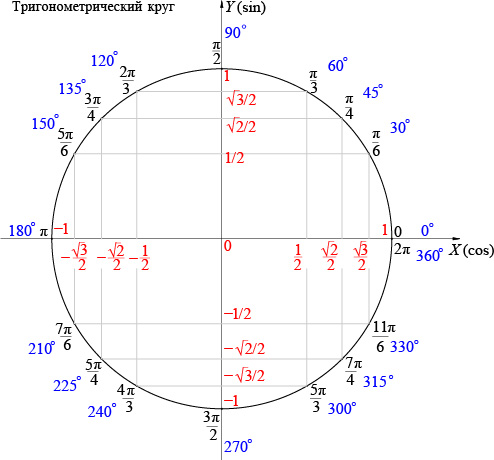
На оси Оу лежат:

π/2 и -π/2; 3π/2 и -3π/2, …

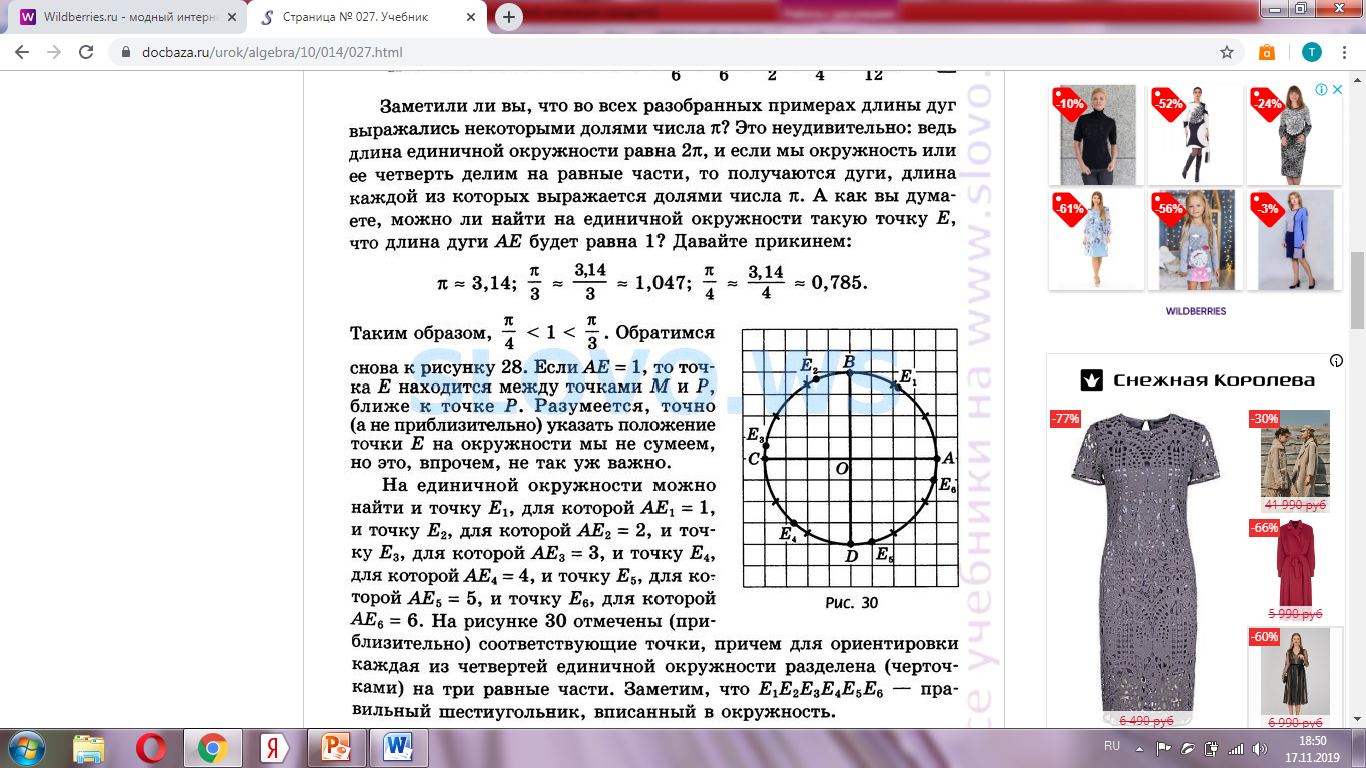
90⁰ и -90⁰, 270⁰ и -270⁰, …

1,57 и -1,57; 4,71 и -4,71,…

Особенно часто нам приходится искать на числовой окружности точки, соответствующие числам π/6, π/4,π/3,π/2 и кратным им. Поэтому нам пригодятся макет « Тригонометрический круг».



***Это интересно: на единичной окружности можно найти и точку Е1 для которой длина окружности АЕ1=1, и точку Е2 для которой АЕ2=2, и точку Е3, для которой АЕ3=3, и точку Е4, для которой АЕ4=4, и точку Е5, для которой АЕ5=5, и точку Е6 , для которой АЕ6=6. На рисунке отмечены (приблизительно) соответствующие точки, причем для ориентировки каждая из четвертей единичной окружности разделена (черточками на три равные части. Заметим, что Е1Е 2Е 3Е 4Е 5Е 6- правильный шестиугольник, вписанный в окружность***. ЗАЧЕМ НАПЕЧАТАЛИ ДАННЫЙ ТЕКСТ? Как его использовать не показали?( Это как рубрика «Это интересно»-для расширения кругозора.)



Теперь о формулах приведения (не путать с привидением).

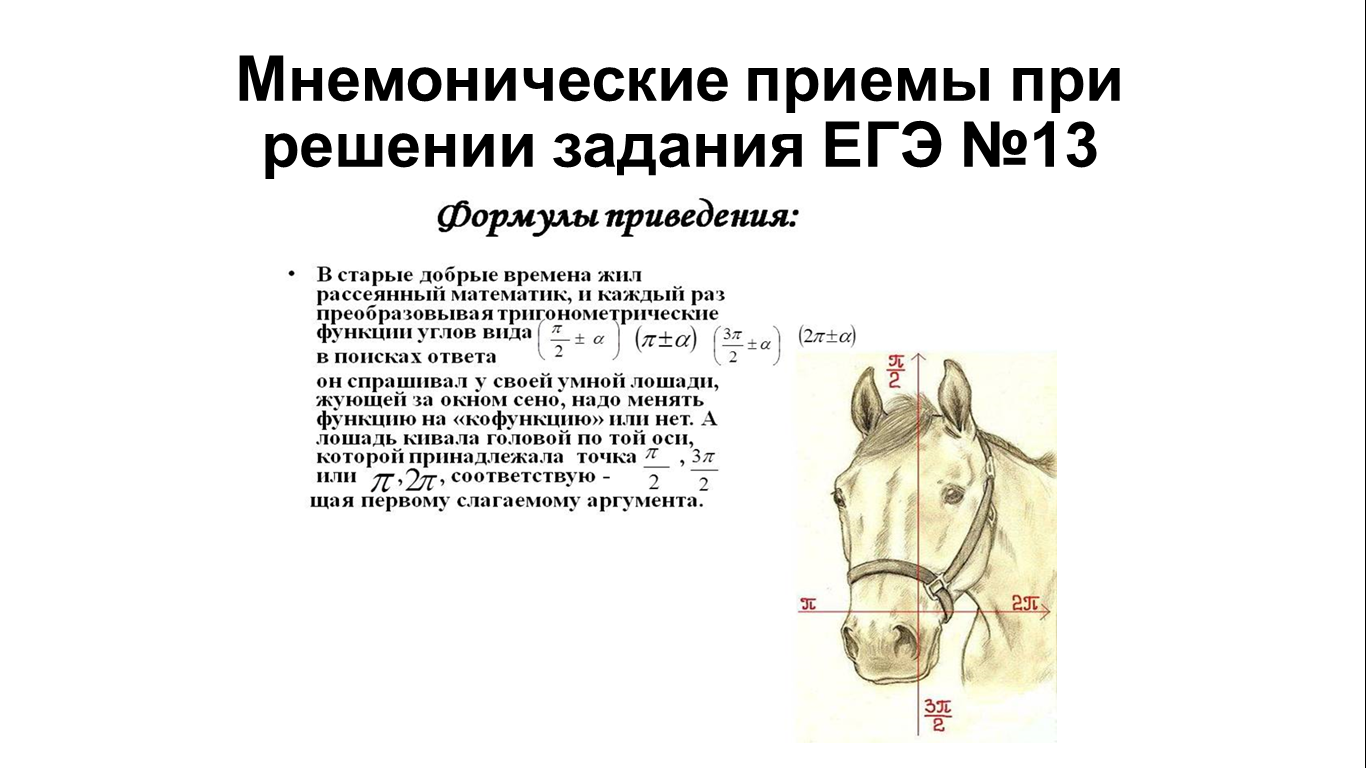
Алгоритм.

1. Определяем четверть, в которой расположено выражение.
2. Определяем знак данной функции в этой четверти.
3. а)если одно из слагаемых расположено на оси Ох, то функция не меняется;

б) если одно из слагаемых расположено на оси Оу, то функция меняется на родственную.

Для sin x родственная cos x, для tg x родственная ctg x, для cos x соответственно sin x, для ctg x это tg x.

Еще мы используем один интересный мнемонический прием.

Мы ассоциируем формулы приведения с «правилом лошади»

В старые добрые времена жил рассеянный математик, и каждый раз преобразовывая тригонометрические функции углов вида (π/2+α),(π+α),(3π/2+α),(2π+α) в поисках ответа он спрашивал у своей лошади, жующей за окном сено, надо менять функцию на родственную или нет. А лошадь кивала головой по той оси, которой принадлежала точка π/2, 3π/2 или π,2π соответственно.

Если вы киваете головой вдоль вертикальной оси потому, что ключевая точка расположена на ней, то вы тем самым отвечаете «да» на вопрос меняется ли функция на родственную. Если вы киваете вдоль горизонтальной оси, потому, что ключевая точка расположена на ней, то вы тем самым отвечаете «нет».

Например:

Задание. Привести к более простому виду, при котором под знаком тригонометрической функции будет содержаться только один аргумент.

sin(π+α)

1. определяем четверть: π+α принадлежит III четверти
2. определяем знак sin в III четверти: это «-»
3. а) одно из слагаемых π лежит на оси Ох, значит функция не меняется.

Ответ: -sinα.

cos (10π-α)

1)определяем четверть: 10 π-α принадлежит I V четверти

2)определяем знак cos в I VI четверти: это «+»

3)а) одно из слагаемых 10π лежит на оси Ох, значит функция не меняется.

Ответ: cosα.

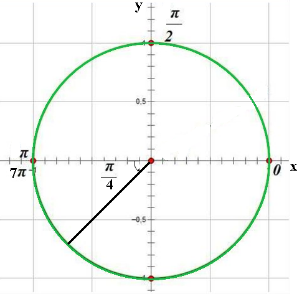
tg (3π/2-45⁰)

1. определяем четверть: 3π/2-45⁰ принадлежит III четверти
2. определяем знак tg в III четверти: это « +»
3. б) одно из слагаемых 3π/2 лежит на оси Оy, значит функция меняется на родственную

Ответ: ctg 45⁰.

Найдите значение выражения:

Решение.

1) определяем четверть: принадлежит III четверти

2) определяем знак sin в III четверти: это «-»

3)одно из слагаемых π лежит на оси Ох (лошадь говорит «нет»), значит функция не меняется.

Поэтому

Ответ.

Найдите ошибку

На уроке необходимо отработать навык применения формул приведения в следующих ситуаций:

1. Вычислить с помощью формул приведения:

а) cos 315° +sin210°+tg420°.

б) sin.

2. Упростите выражение:; б)

3. Решите неравенство:

a) ; б)

Формулы приведения необходимо применять для упрощения выражения в уравнениях.

Например, дано уравнение

.

Упрощаем по «правилу лошади»

1. четверть IV
2. знак cos в этой четверти : +
3. принадлежит оси Оу, лошадь кивает «да», меняем на родственную sin2x.

Уравнение принимает вид: sin2x= cosx. Решаем это уравнение

2sinxcosx- cosx=0

сosx(2sinx-1)=0

сosx=0 или 2sinx-1=0

, где k-целое число

, где n∈N

Ответ. , k∈N и где n-целое число.

На ЕГЭ прошлых лет в задании 13 требовалось упростить исходное уравнение по формулам приведения. Приведу примеры этих уравнений.

2018 год

4sin3x=3cos(x-π/2)

4cos3x=sin(π/2-x)

4cos3(x+π/2)+sinx=0

2017 год

1. сos2(π-x)-sin(x+3π/2)=0
2. cos(3π/2+x)=-2cos(π+x)
3. log3(cos(π/2-x)+sin2x+81)=4
4. 16cosx+16cos(π-x)=17/4

2016 год

2sin2x=3sin(π/2-x)+4

2 соs 2x = 4 sin(π/2+х)+1

sin2х+2cos(х- π/2)= cosх+

соs2x+ сos2 (3π/2-х)=0,25

соs2x+ cos2(π/2- х)=0,5

2 сos2 x+1=2 cos(3π/2-х)

8sin2x+ cos(3π/2-х)=9

8 сos2 x+ sin(3π/2-х)=9

соs2x+2= cos(3π/2-х)

sin2х=2sinx+sin(x+3π/2)+1

sin2х +sinx = 2sin( π/2-x)+

sin2х=sinx-2sin(x-3π/2)+1

2015 год

=

2cos2x+4cos(3π/2-x)+1=0

=-

=-

Cos2x++1=0

Cos2x+-2=0

2sin2x+3sin(π/2+x)+4=0

Разумеется, формулы приведения можно применять и в случаях, когда место аргумента занимает более сложное выражение. Например,

ctg(3π/2-5x)=tg5x , а ctg(3π/2-y/2)=tg y/2.

Вывод: если вы будете пользоваться алгоритмом «Формулы приведения», то сможете успешно упрощать тригонометрические выражения, находить значения тригонометрических выражений, и в итоге справитесь с заданиями экзамена по математике.

Надеюсь, мой материал Вам понравится. С уважением, Юдина ТВ.

Используемая литература.

* <http://egemaximum.ru/formuly-privedeniya/>
* <http://nsportal.ru/shkola/algebra/library/2014/07/09/mnemonicheskie-pravila-po-trigonometrii>
* <https://goo.gl/MuFe4w>
* <http://www.habit.ru/33/172.html>