**Мастер-класс по космической математике**

**Тема «Первая и вторая космические скорости»**

**5–11 классы**

к.т.н. Пинчук Владимир Борисович (pinchmail@mail.ru),

Участники мастер-класса узн***а***ют о том, что нужно сделать, чтобы запустить искусственный спутник Земли или чтобы он улетел от Земли, но остался в Солнечной системе, подобно планетам. Будет рассказано, что траектории планет, спутников и космических аппаратов — это орбиты, которые были математически описаны за сотни лет до полета первого искусственного спутника Земли.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Название** | Интерактивное мотивирующее занятие  «Мастер-класс по космической математике». Тема «Первая и вторая космические скорости» | | |
| **Оборудование** | Проекционная система для демонстрации презентации. | | |
| **Материалы** | Презентация к занятию в формате ppt. | | |
| **Планируемые результаты** | Усвоение учащимися факта, что математика является одной из основ космонавтики. | | |
| Время | 90 мин. | | |
| **Смысл** | Привлечение интереса детей к области космонавтики и математики. | | |
| **Ключевые смыслы, слоганы** | Элементы орбиты, свойства эллипса и параболы.  Первая и вторая космические скорости. | | |
| **Символы** | П — преподаватель, Д — дети. | | |
| **Возраст**: | 5–11 классы | **Число участников** | 6–30 |
| **Этап и время** | **Что делают участники?** | **Что делает организатор?** | **Ресурсное обеспечение, необходимое оборудование** |
|  |  | Участники делятся на 3 экипажа, которые в ходе занятия будут готовить блиц-презентации на вопросы преподавателя. На подготовку презентации и ее представление выделяется 3–4 мин.  Преподаватель начисляет баллы за презентации. Экипаж, набравший больше балов, награждается призами. | Три доски с фломастерами (или большеформатные альбомы)  Призы экипажу -победителю |
| **Блок 1**. |  | Активизация аудитории |  |
|  |  | Здравствуйте, ребята!  Мы рады видеть вас на нашем мастер-классе по космической математике.  Сегодня мы будем говорить о траекториях небесных тел — как естественных, так и искусственных. Разумеется, будем говорить и с математической точки зрения.  Кстати о точках. Вы ведь знаете, что точка — математический объект, не имеющий ни длины, ни ширины, ни высоты. Такую точку можно только вообразить.  Но без этого воображаемого «ничто» не было бы ни математики, ни физики, ни астрономии, ни космонавтики. Не было бы прогресса человечества.  Архимед произнес: «Дайте мне точку опоры, и я переверну Космос». Кьумпт в переводе с греческого — мир.  Пифагор обозначил звезды и планеты точками. А Евдокс ввел понятие числового луча из точек.  Любая траектория в космосе может быть представлена линией, состоящей из точек.  Движение небесных тел по этим линиям изображают в системе координат, начало которых — это точка.  Как видите, в космонавтике точка играет важную роль.  Но нет в математике такого объекта или понятия, которое не находит свое применение в космонавтике. | Слайды 1 и 2 |
|  |  | Основоположник практической космонавтики Сергей Павлович Королев сказал: «Предпочитаю фантастику в линиях чертежей». И сейчас мы с вами посмотрим, по каким фантастически красивым линиям летают в космосе планеты, их естественные спутники, а также космические корабли. Эти линии называют орбитами, или траекториями.  Но что нужно сделать, чтобы материальное тело, например, искусственный спутник Земли, начало свой космический путь? Ему нужно придать некоторую скорость.  На этот вопрос впервые ответил Исаак Ньютон. Причем он провел рассуждения, которые могут быть названы математическим экспериментом, так как он пользовался математическими образами. Ньютон предположил, что сорвавшееся с ветки яблоко и Луна, обращающаяся вокруг Земли, подчиняются одной и той же причине — земному притяжению.  Также Ньютон обратил внимание на то, что скорости у яблока и Луны разные. Значит, для того чтобы тело начало обращаться вокруг Земли, подобно Луне, ему надо придать определенную скорость. Но какую? | Слайд 2 |
| **Блок 2** |  | Мысленный эксперимент. Первая космическая скорость |  |
|  | Отвечают на вопросы, излагают свое мнение. | Вот и давайте вслед за Ньютоном проведем наш эксперимент.  Путь у нас есть пушка. Очень-очень прочная и безотказная.  Ее ствол направлен горизонтально, т. е. параллельно поверхности Земли.  В нее заложили пороховой заряд, ядро и выстрелили.  Ядро будет лететь, снижаясь, и в конце концов упадет на землю.  Для чистоты эксперимента мы будем считать, что никаких препятствий на своем пути ядро не встречает.  Даже воздух давайте уберем, чтобы не оказывал сопротивления летящему ядру.  Сама Земля пусть у нас будет идеальным шаром.  Пушка же стоит на некотором возвышении.  Итак, давайте постреляем. | Слайд 3 |
|  |  | Первое ядро упало на каком-то расстоянии. Теперь давайте заложим в пушку больше пороха, чем в первый раз. Ядра совершенно одинаковые.  Скорость второго ядра в момент выстрела будет больше, чем в первый раз.  И хоть Земля будет его притягивать так же, как и первое ядро, оно пролетит дальше. Давайте выстрелим в третий раз с еще б***о***льшим пороховым зарядом.  Разумеется, третье ядро полетит еще дальше, так как его скорость при выстреле будет еще больше.  Этот опыт вы можете провести и с мячом. | Слайды 4–7 |
|  |  | Теперь давайте посмотри на эту картину из космоса, чтобы было видно, что Земля шарообразная.  Первый выстрел, второй, третий. Все ядра падают на поверхность Земли все дальше и дальше.  Пушка у нас очень прочная, и мы можем в очередной раз заложить в нее столько пороха, что ядро долетит до противоположной точки Земли.  Еще раз обратим внимание на то, что на ядра действует одна и та же сила — сила притяжения Земли. Но начальные скорости у ядер разные. | Слайды 8–11 |
|  |  | Вопрос экипажам  Теперь заложим в пушку такой заряд, что ядро пролетит выше противоположной точки. Как, по-вашему, ядро должно двигаться дальше, ведь оно уже не встретилось с землей?  Экипажи готовят ответ и делают блиц-презентацию.  Ядро продолжит свой путь, полетит по окружности вокруг Земли и окажется в том же месте, откуда было запущено.  Ядро будет лететь по круговой орбите. Оно станет искусственным спутником планеты.  Наименьшая скорость тела, при которой его орбита становится круговой, называется первой космической скоростью.  У всех планет разные круговые скорости. Для Земли V1 = 7,91 км/с, для Луны — 1,68, для Солнца — 436,7. | Слайды 12–17  С 14 по 17 – после докладов экипажей |
|  |  | Круговая орбита представляет собой математический объект, называемый окружностью. Основное свойство окружности заключается в том, что все точки этой замкнутой линии равноудалены от центра. Скорость полета по круговой орбите определяется гравитационным параметром притягивающего центра и расстоянием до него.  У всех тел Солнечной системы различная первая космическая скорость. Самая большая, разумеется, у Солнца. | Слайд 18 |
| **Блок 3** |  | Эллиптические орбиты |  |
|  |  | Давайте еще раз посмотрим, как формируется круговая орбита.  Однако теперь воспользуемся идеей Ньютона и будем считать Землю точкой, но такой же массы, что и Земля.  Такая точка называется притягивающим центром.  На рисунке вы видите участки траекторий, по которым летели наши ядра.  Три ядра упали на землю и их траектории оборвались.  Вопрос экипажам  Как, по-вашему, двигались бы наши ядра, если бы вся масса Земли была сосредоточена в точке в ее центре. То есть если бы им не препятствовала земля, но притяжение осталось бы прежним? Обратите внимание, что предельная траектория, то есть орбита, круговая и она замкнута.  Экипажи готовят ответ и делают блиц-презентацию.  Да, совершенно верно. Все три ядра полетели бы, огибая притягивающий центр, по замкнутым орбитам и вернулись бы в ту точку, откуда были запущены.  Точно так же, как и последнее запущенное ядро (желтая орбита).  Мы получили семейство эллипсов с общим фокусом. Круг — это частный случай эллипса.  Немецкий ученый XVII века Иоганн Кеплер определил, что все планеты движутся по эллипсам с общим фокусом, в котором и находится центральное притягивающее тело — наше Солнце.  В этом состоит первый закон Кеплера.  Но эллипсы были известны греческим ученым за 2000 лет до Кеплера. Так что же такое эллипс? | Слайды  19–22  20–22 — после докладов |
|  |  | Эллипс — это овальная линия с двумя особыми точками, которые называются фокусами, на большой оси. Сумма расстояний от обоих фокусов до любой точки на эллипсе есть величина постоянная и равная длине большой оси эллипса.  Точка орбиты тела, ближайшая к притягивающему центру, называется перицентром, а наиболее удаленная — апоцентром. Если притягивающим центром является Земля, то эти точки называются перигеем и апогеем; для Солнца — перигелием и афелием, для произвольной звезды — периастром и апоастром.  Скорость объекта в перицентре максимальна, в апоцентре — минимальна. Ее величина зависит от гравитационного параметра притягивающего центра, величины большой полуоси, величины радиус-вектора. | Слайды 23–27 |
|  |  | Давайте посмотрим на траекторию одного из ядер.  Опять будем считать, что вся масса планеты сосредоточена в ее центре, то есть планету заменяем материальной точкой.  Пушка сообщила ядру некоторую скорость. А под действием силы притяжения скорость нарастает. Перицентр снаряд пролетает с максимальной скоростью, двигаясь по эллиптической траектории. Но после точки перигея скорость ядра будет уменьшаться. Ведь притяжение препятствует движению. В апогей ядро придет с той же скоростью, с которой его выстрелила пушка. Получается, что чем ближе объект к перицентру, тем быстрее он движется.  Этот факт отражен во втором законе Кеплера: радиус планеты в единицу времени описывает равные площади. Чем ближе к апоцентру, тем больше радиус и тем меньше он должен повернуться в единицу времени, чтобы описать такую же площадь.  На круговой же орбите радиус снаряда неизменен. Скорость тоже сохраняет свое значение.  В нашем эксперименте получается, что все ядра стартуют в точке апогея и все, кроме последнего, летят по эллиптическим орбитам. | Слайд 26-27 |
| **Блок 4** |  | Продолжение мысленного эксперимента. Вторая космическая скорость |  |
|  |  | Вопрос экипажам  Снова зарядим нашу пушку и выстрелим ядро со скоростью больше первой космической.  Как по-вашему, какой будет орбита?  Экипажи готовят ответ и делают блиц-презентацию.  Новая орбита будет эллипсом, который охватит нашу круговую орбиту. Будем выстреливать ядра все с б***о***льшим зарядом пороха. Начальная скорость будем с каждым разом увеличиваться. Орбита тоже будет увеличиваться в размерах и все сильнее вытягиваться. Второй фокус *F2*  будет все дальше от первого *F1.* Эксцентриситет будет расти, и когда он станет равным единице *e=1*,наша траектория разомкнется и станет параболой. И наш снаряд больше никогда не вернется в исходную точку. Начальная скорость тела, при которой оно начинает двигаться по параболе и навсегда покидает Землю, называется параболической, или второй космической скоростью. Для Земли вторая космическая скорость равна V=11,2 км/с.  Вопрос экипажам  Как известно, ветви параболы уходят в бесконечность. Но наш снаряд, начав двигаться около Земли по ветви параболы, тем не менее не улетит в бесконечность. Как вы думаете почему?  Экипажи готовят ответ и делают блиц-презентацию.  Дело в том, что снаряд будет захвачен притяжением Солнца и, уйдя от Земли по параболе, начнет двигаться по эллипсу вокруг Солнца, подобно всем планетам Солнечной системы. | Слайды 28–29 — после докладов |
|  |  | Параболическая орбита математический объект. Парабола отличается тем свойством, что любая ее точка одинаково удалена от фокуса и директрисы. Скорость снаряда на параболической орбите зависит от гравитационного параметра и величины радиус-вектора. | Слайд 30 |
|  |  | Итак, наш снаряд стартовал от Земли по параболической орбите и оказался в афелии гелиоцентрической орбиты.  Вопрос экипажам  Как вы думаете, чему будет равна скорость нашего снаряда в афелии гелиоцентрической орбиты?  Экипажи готовят ответ и делают блиц-презентацию.  Конечно, это зависит от того, куда будет направлена скорость снаряда в момент выстрела. Например, если выстрел будет произведен по вектору скорости Земли, скорость снаряда будет равна 41 км/с, и снаряд будет находиться в афелии. Если выстрелить против движения Земли, скорость снаряда будет равна 18,6 км/c, он окажется в перигелии. В первом случае к скорости снаряда скорость Земли прибавится, а во втором — вычтется.  В момент покидания Земли с параболической скоростью снаряд оказывается в апоцентре гелиоцентрической орбиты, или — в афелии. | Слайды 31–32 демонстрируются после ответов экипажей |
|  |  | Итак, мы получили две космические скорости. Первая космическая скорость — это скорость, которую необходимо сообщить снаряду, чтобы он стал спутником Земли. Она равна 7,9 км/с. Вторая космическая скорость — это скорость, которая позволит снаряду преодолеть земное тяготение и начать двигаться по гелиоцентрической орбите. Вторая космическая скорость для Земли равна 11,2 км/с. | Слайды 33–34 |
| **Блок 5** |  | Завершение |  |
|  |  | На слайде 35 представлены значения первой и второй космических скоростей для основных тел Солнечной системы. Самые большие, разумеется, у Солнца — как у самого массивного объекта. | Слайд 35 |
|  |  | Мы рассмотрели первую и вторую космические скорости и знаем, что им соответствуют круговая и параболическая орбиты с эксцентриситетами e=0 и e=1. Между этими двумя орбитами множество эллиптических орбит с эксцентриситетами 0<e<1. Но вы совершенно справедливо заметите, что кроме окружности, эллипса и параболы в общее семейство кривых входит и гипербола, эксцентриситет которой больше единицы e>1. Неужели для нее не нашлось космической скорости? Такая скорость есть, она называется третьей космической скоростью и для Земли равна 16,7 км/с. Космический аппарат, стартовавший от Земли с такой скоростью, преодолеет притяжение Земли, притяжение Солнца и станет самостоятельным небесным телом нашей Галактики. Правда, относительно Солнца траектория будет параболической.  И что же, на третьей космической скорости счет закончился? Конечно, нет. Например, есть скорость, которую надо сообщить аппарату, чтобы он покинул Галактику и стал странником Вселенной. По одной из оценок, для Солнца она равна 550 км/c.  Вопрос экипажам  В такой нумерации космических скоростей есть определенная логика: навсегда покинуть поверхность Земли, навсегда покинуть притяжение Земли, навсегда покинуть Солнечную систему, затем — Галактику…  Но в эту стройную систему вклинивается вопрос: какую скорость и как надо сообщить снаряду, чтобы он упал на Солнце? Как по-вашему, какой должна быть эта скорость?  Экипажи готовят ответ и делают блиц-презентацию.  Чтобы космический аппарат начал падение на Солнце, ему нужно приложить скорость, равную орбитальной скорости самой Земли в афелии, то есть 29,8 км/с (без учета вращения Земли вокруг своей оси).  Таким образом, если смотреть с точки зрения возрастания скорости, четвертой космической скоростью будет 29,8 км/с, а пятой — скорость покидания Галактики 550 км/с.  А ведь еще есть минимальная скорость достижения Луны 10,9 км/сек; ей тоже можно присвоить номер. | Слайд 36 |
|  |  | И в завершение нашего занятия обращаю ваше внимание на то, что для нумерации космических скоростей мы применяем натуральные числа (1, 2, 3, 4, 5). А это — одно из древнейших математических понятий. |  |
| **Планируемый результат (предметный продукт):** усвоение связи космонавтики с математикой. | | | |

**Приложение:** презентация ppt