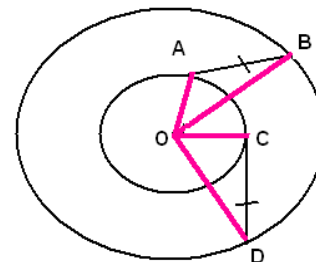
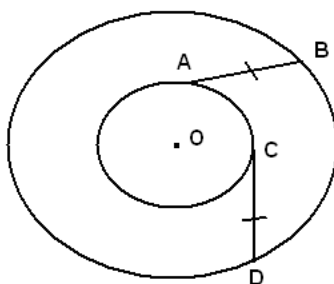


### Серия задач, развивающая творческое мышление учащихся на уроках геометрии

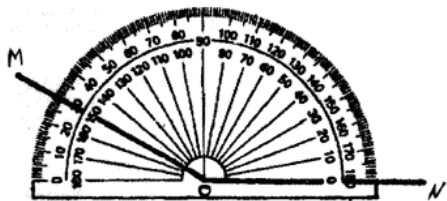
№1. На рисунке даны две окружности с общим центром  $O$  и равные отрезки  $AB$  и  $CD$ . Какие пары точек достаточно соединить, чтобы получились равные треугольники? Начертите их. [18]

Решение:



№2. Олег измерил угол  $\angle MON$  по алгоритму [34]:

1. Совместить вершину угла с центром транспортира.
2. Расположить транспортир так, чтобы сторона угла проходила через начало отсчета на шкале транспортира.
3. Найти штрих на шкале, через который проходит вторая сторона угла.



В результате у него получилось, что  $\angle MON = 30^\circ$ . Прав ли он? Если нет, то объясни, в чем его ошибка?

№3. Используя рис.1 и 2, составьте два верных и два ложных высказывания [18].

рис.1

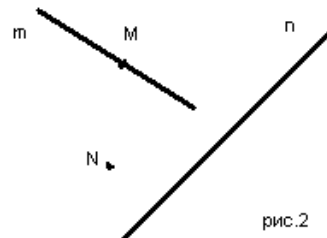
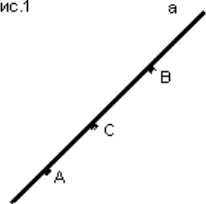


рис.2

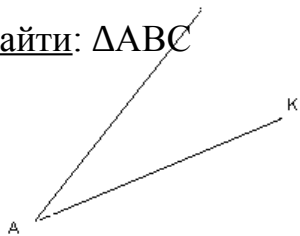
№4. На угол  $15^0$  смотрят через лупу с 5-кратным увеличением. Какова величина увиденного угла? [21].

(Ответ:  $15^0$ )

№5. Сережа нарисовал на доске треугольник ABC и провел в нем биссектрису AK. Затем часть рисунка стер, оставив сторону AB и биссектрису AK. Можно ли восстановить рисунок? Попробуйте решить задачу, считая, что  $\triangle ABC$  – равнобедренный [21].

Дано: AB, AK – биссектриса

Найти:  $\triangle ABC$



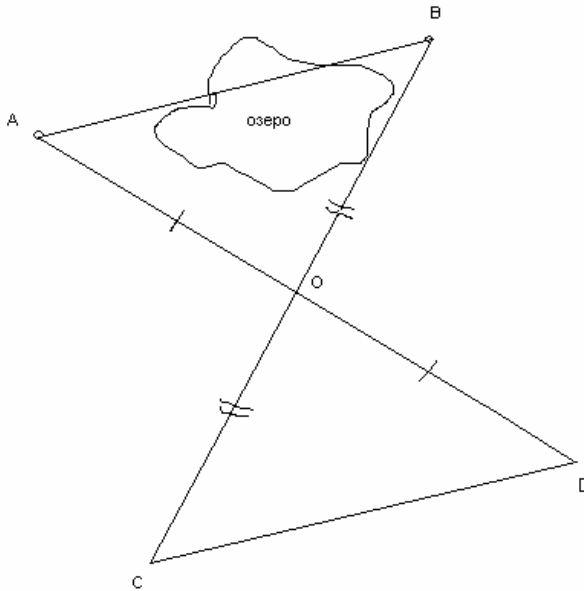
Решение:

Строим угол  $\angle MAK = \angle BAK$ , тогда вершина C треугольника – точка пересечения лучей BK и AM.

Если AK – медиана, то строим на луче BK отрезок  $CK = BK$ . Восстановить треугольник по стороне AB и высоте AK нельзя.

№6. На бумаге нарисован треугольник. Как построить равный ему треугольник, пользуясь только: а) линейкой с делениями; б) транспортиром? [21].

№7. Как измерить расстояние между деревьями А и В? [21].



Дано:  $\triangle AOB$ ,  $\triangle DOC$

$AO=OD$ ,  $CO=OB$ ,

$CD=d$

Найти:  $AB$

Решение:

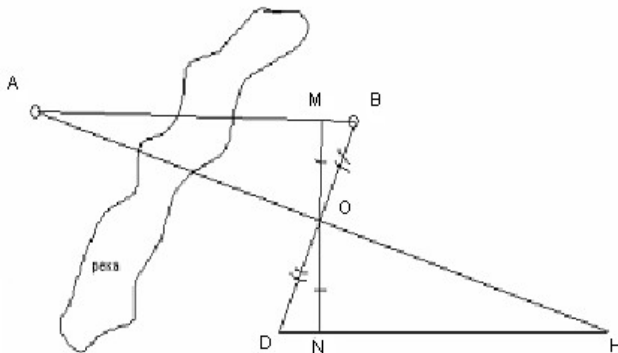
$\triangle AOB = \triangle DOC$  по двум сторонам и углу, т.к.  $AO=OD$

$CO=OB$

Углы при вершине О равны, как вертикальные.

Из равенства треугольников следует равенство сторон:  $AB=CD=d$ .

№8. Как измерить расстояние от столба В до колодца А? [21].



Найти: АВ

Решение:

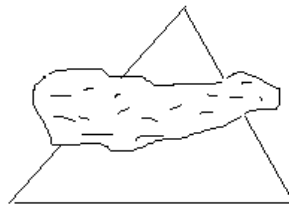
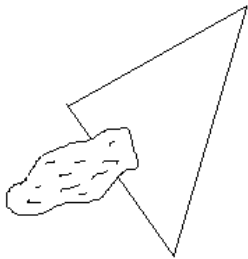
$\triangle DON = \triangle BOM$  по двум сторонам и углу между ними, т.к.  $MO = ON$ ,  $DO = OB$ , углы при вершине  $O$  равны как вертикальные.

Из равенства треугольников следует равенство углов:  $B$  и  $D$

$\triangle AOB = \triangle HOD$  по стороне и прилежащим к ней углам, т.к.  $DO = OB$ , угол  $B =$  углу  $D$ , углы при вершине  $O$  равны как вертикальные.

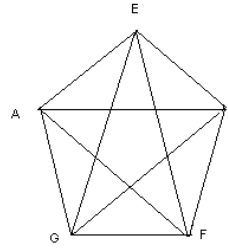
Из равенства треугольников следует равенство сторон  $DH = AB = d$ .

№9. Как, используя признаки равенства треугольников, измерить периметр частично затопленного земельного участка треугольной формы? [21].



*(Указание: Построить треугольник, равный данному, и найти его периметр)*

№10. Группа туристов должна попасть из пункта  $A$  в пункт  $B$ . Из  $A$  в  $B$  ведут несколько дорог. Какая из них быстрее приведет к цели? (Скорость движения по любой из дорог одна и та же). Объясните ответ [21].



№11. Найдите все треугольники, длины сторон которых выражены натуральными числами и:

а) не превосходят 2;

б) периметр треугольника равен 5.

(Ответ: Это треугольники со сторонами: а) 1, 1, 1; 1, 2, 2; 2, 2, 2;

б) 1, 2, 2

№12. На доске нарисован угол, равный  $60^\circ$ . Пользуясь одной линейкой, постройте вдвое больший угол [21].

(Указание:  $60^\circ + 120^\circ = 180^\circ$ )

№13. Сколько диагоналей можно провести в четырехугольнике? А в треугольнике, пятиугольнике, шестиугольнике, n – угольнике? [18]

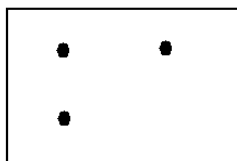
№14. Про углы параллелограмма, прилежащие к одной стороне, известно, что один из них равен  $150^\circ$  и он в 5 раз больше другого угла. Чему равны углы параллелограмма? Есть ли в задаче лишние данные? Исправьте, если нужно, условие и решите задачу [22].

№15. На доске нарисовали параллелограмм и провели его диагонали. Затем часть рисунка стерли, оставив только: а) сторону и не прилежащую ей вершину; б) диагональ и не прилежащую ей вершину; в) соседние вершины и точку пересечения диагоналей параллелограмма. Восстановите рисунок [22].

№16. Некоторый параллелограмм разделили на два равных треугольника, из которых затем сложили: а) ромб; б) квадрат. Какими свойствами должен обладать при этом параллелограмм? [22].

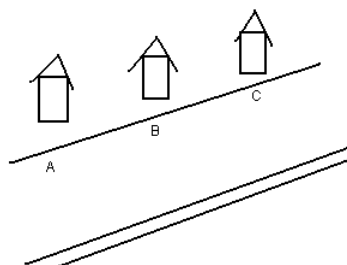
Решение: Диагональ параллелограмма должна быть: а) равна одной из сторон параллелограмма; б) равна и перпендикулярна одной из сторон параллелограмма.

№17. На листе бумаги отмечены три вершины прямоугольной трапеции. Можно ли восстановить эту трапецию? Сколько решений имеет задача? [22].



Решение: задача имеет бесконечно много решений, поскольку не хватает данных для определения четвертой вершины.

№18. Три дома  $A$ ,  $B$ ,  $C$  расположены вдоль одной прямой на разных расстояниях от прямолинейной дороги, причем  $AB = BC$ . На каком расстоянии от дороги находится средний дом, если два крайних дома удалены от нее соответственно на 72 м и 54 м? [22].



Ответ: 63м.

№19. О каком четырехугольнике идет речь? Нарисуйте его [22].

а) Этот четырехугольник выпуклый, имеет равные диагонали, но это не прямоугольник; кроме того, его диагонали перпендикулярны, но это не ромб.

б) В этом четырехугольнике есть и равные стороны, и равные углы, но он не является параллелограммом, а его диагонали равны и не пересекаются.

в) Две стороны и одна из диагоналей этого четырехугольника равны между собой, две других стороны и другая диагональ тоже равны между собой. Кроме того, диагонали перпендикулярны и не пересекаются.

№20. Основания трапеции равны 10 см и 18 см, высота – 9 см, средняя линия – 14 см. чему равна площадь трапеции? Есть ли в задаче лишние данные? Если необходимо, исправьте условие и решите задачу [22].

№21. Как с помощью веревки, на которой последовательно отмечены узлами длины в 3 м, 4 м, 5 м, построить на местности прямой угол? [18]

Указание: Треугольник со сторонами 3, 4, 5 является прямоугольным.

№22. Группа туристов прошла 7 км на юг, затем 4 км на восток и столько же на север. На какое расстояние ушли туристы от начальной точки пути? [18]

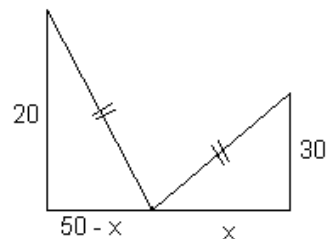
Ответ: 5 км

№23. (арабская): На разных берегах реки растет по пальме. Высота одной – 30 локтей, другой – 20 локтей, а расстояние между основаниями пальм – 50 локтей. На верхушке каждой пальмы сидит птица. Обе птицы заметили рыбу,

всплывшую на поверхность реки между пальмами. Птицы кинулись разом и достигли ее одновременно. На каком расстоянии от более высокой пальмы всплыла птица? [22].

Решение:

$$(50 - x)^2 + 20^2 = x^2 + 30^2, x = 20 \text{ (локтей)}$$



№24. Человек спускается по канатной дороге под углом  $7^\circ$  к поверхности земли с высоты 240 м. чему равна длина спуска? [22].

Ответ: Приблизительно 1969 м.

№25. Самолет взлетая под углом  $6^\circ$  к поверхности земли. На какую высоту он поднимется, пролетев 20 км? На каком расстоянии от аэропорта будет самолет, поднявшись на высоту 5 км над землей? [22].

Ответ: приблизительно 2,1 км; 47,8 км

№26. Аня считает, что точки  $A(4; -3)$ ,  $B(-2; 0)$  и  $C(6; 4)$  являются вершинами некоторого треугольника, а Таня с ней не согласна. Кто из девочек прав? (Решите задачу, используя понятие коллинеарных векторов) [22].

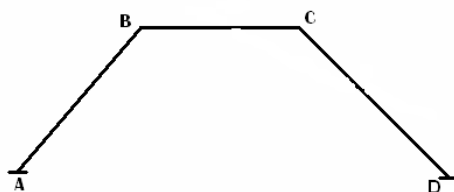
Ответ: Аня.

№27. Чтобы пересечь реку перпендикулярно течению, лодку направляют под углом  $55^\circ$  к берегу. Чему равна скорость течения реки, если собственная скорость лодки равна 12 км/ч? [22].

Решение:

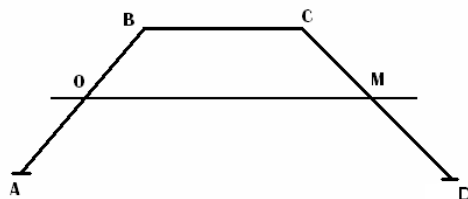
$$V_T = V_{\text{л}} \cdot \sin(90^\circ - 55^\circ) \approx 6,9 \text{ км/ч}$$

№28. Проведите прямую, которая пересекает некоторые из указанных на рисунке отрезков, так, чтобы вместе с данными отрезками образовалось шесть отрезков. [18]



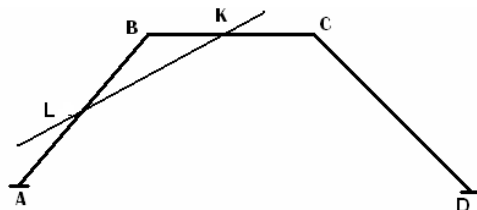
Решение:

1)



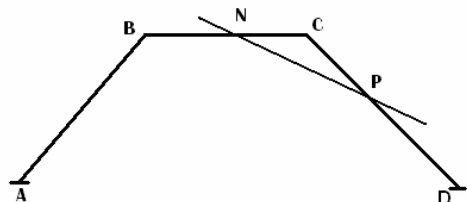
Полученные отрезки: [AO], [OB], [BC], [CM], [MD], [OM]

2)



Полученные отрезки: [AL], [LB], [BK], [KC], [CD], [LK]

3)



Полученные отрезки: [AB], [BN], [NC], [CP], [PD], [NP]

№29. Из бумаги вырезали угол, затем провели луч, выходящий из вершины угла. Как, перегибая бумагу, проверить, является ли нарисованный луч биссектрисой этого угла? [21]

Указание: Перевернуть бумагу по нарисованному лучу и проверить, совпадают ли стороны угла.

№30. Из бумаги вырезан треугольник. Как, перегибая бумагу, построить его: а) высоту; б) медиану; в) биссектрису? [21]

№31. Из 24 одинаковых квадратов сложите прямоугольник:

- а) наибольшего периметра;
- б) наименьшего периметра.

У кого из этих прямоугольников площадь больше?

Решение:

а) возможны следующие варианты прямоугольников: 1х24, 2х12, 3х8, 4х6. Перебором убеждаемся, что прямоугольник 1х24 имеет наибольший периметр 50 см.

б) перебором убеждаемся, что прямоугольник 4х6 имеет наименьший периметр 20 см.

Любой прямоугольник, сложенный из 24 квадратов, имеет площадь 24 см<sup>2</sup>.

№32. Придумайте задачу на вычисление площади трапеции, которая решилась бы с помощью [22]:

а) уравнения  $5(x + 3x) = 16$

б) системы уравнений 
$$\begin{cases} \frac{1}{2}(x + y) = 1,5 \\ xy = 2 \end{cases}$$

№33. Придумайте задачу на теорему Пифагора, которая решалась бы с помощью [22]:

а) системы уравнений 
$$\begin{cases} x - y = 2 \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 = 10$$

б) уравнения  $16 - x^2 = 49 - (9 - x)^2$

№34. Придумайте задачу на вычисление суммы (разности) векторов, которая решалась бы с помощью системы уравнений [22]:

$$\begin{cases} x + y = 7 \\ 2x - 3y = 4 \end{cases}$$

№35. Миша утверждает, что может построить вектор  $\vec{b}$ , если задан вектор  $\vec{a}$  такой, что векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  противоположно направлены и  $\vec{a} = 4\vec{b}$ . А можете ли это сделать вы? [22]

Ответ: такой вектор не существует.

№36. Сколько острых, прямых, тупых, развернутых углов в слове

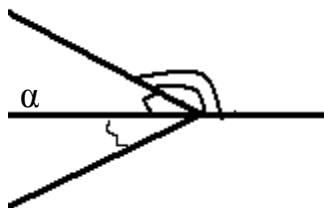
**ГРАДУС**

№37. Можно ли из проволоки длиной 6 см согнуть треугольник со сторонами 1 см, 2 см и 3 см? Объясните ответ.

Ответ: Нет, т.к. не выполняется неравенство треугольника.

№38. Докажите, что угол, который дополняет до прямого угла меньший из смежных углов, равен полуразности смежных углов. [18]

Решение:



1) Какие углы называются смежными?

2) Чему равен  $\alpha$ ? ( $\alpha = 90^\circ - \gamma$ )

3) Чему равен  $\beta$ ? ( $\beta = 90^\circ + \gamma$ )

$$\beta - \alpha = 2\gamma$$

$\gamma = (\beta - \alpha)/2$ , что и требовалось доказать.

№39. Как от ленты длиной 2 м отрезать кусок длиной 150 см, если линейкой с делениями пользоваться нельзя? [21]

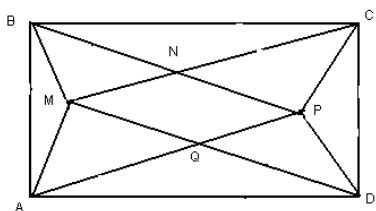
Указание: Кусок ленты длиной 150 см составляет  $\frac{3}{4}$  от длины всей ленты

№40. Имеются четыре квадратика со стороной 1, восемь – со стороной 2, двенадцать – со стороной 3. Можно ли из них сложить один большой квадрат? [16]

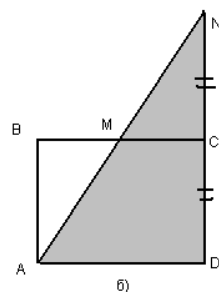
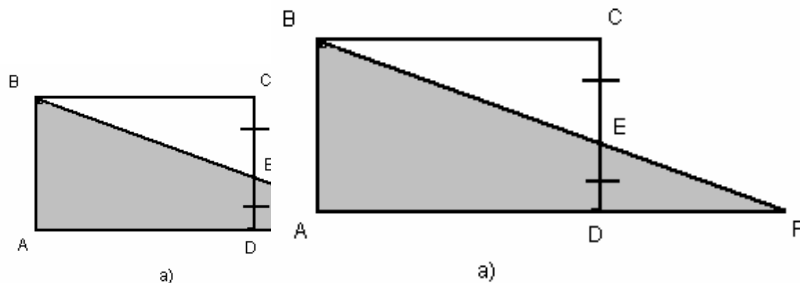
Решение. Должен получиться квадрат 12 х 12. По его периметру уложится 12 квадратов 3 х 3. Останется квадрат 6 х 6, по его периметру уложим 8 квадратов 2 х 2, и останется квадрат 2 х 2 – как раз 4 квадрата 1 х 1.

Ответ. Да

№41. На рисунке изображен прямоугольник ABCD, на сторонах которого внутри него построены равные равнобедренные треугольники:  $\triangle ABM = \triangle CDP$  и  $\triangle BCN = \triangle ADQ$ . Докажите, что четырехугольник MNPQ – ромб [22].

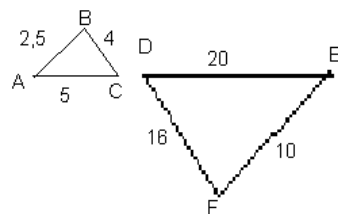


№42. Докажите, что прямоугольник и заштрихованный треугольник равновелики [22].



№43. Через вершину A параллелограмма ABCD проведена прямая, пересекающая сторону BC в точке E, а продолжение стороны DC – в точке F. Докажите, что  $\triangle ABE \sim \triangle EFC$  [18].

№44. Докажите, что треугольники, изображенные на рисунке, подобны, и выясните взаимное положение прямых BC и DF [18].



№45. Аня, Света, Витя и Дима построились вдоль прямой линии. Витя оказался между Аней и Светой, а Света – между Витей и Димой. В каком порядке стоят ребята? [21] (*Ответ: Аня, Витя, Света, Дима*)

№46. Два мальчика своими шагами измерили расстояние между двумя деревьями. Как вы думаете, одинаковый ли результат они получили? Почему? [21]

№47. Лодка плыла сначала на юг, а затем повернула на  $90^\circ$ . В каком направлении она теперь плывет? Сколько решений имеет задача? [21]

(*Ответ: На восток или на запад*)

№48. Три дороги, пересекаясь, ограничивают участок земли. В каком месте дороги этого участка следует построить автозаправочную станцию, чтобы сумма расстояний от нее до всех дорог была наименьшей? [22]

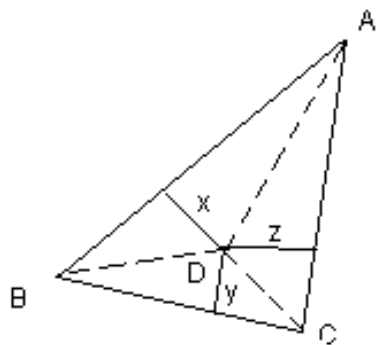
Решение: Дороги ограничивают участок в форме треугольника. Обозначим его ABC. Станция может располагаться как внутри этого треугольника, так и на его границе, т.е. на какой-нибудь из дорог.

Пусть  $AB \geq BC \geq AC$  (рис.1)

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} x \cdot AB + \frac{1}{2} y \cdot BC + \frac{1}{2} z \cdot AC \leq \frac{1}{2} (x + y + z) \cdot AB, \text{ тогда}$$

$x + y + z \geq 2S_{ABC}/AB$  (сумма  $x + y + z$  будет наименьшей в случае равенства). Возможны три случая (в зависимости от вида треугольника):

- 1) если  $\triangle ABC$  – разносторонний ( $AB > BC > AC$ ), то сумма  $x + y + z$  минимальна при  $y = z = 0$ , тогда точка D совпадает с вершиной C;
- 2) если  $\triangle ABC$  – равнобедренный ( $AB = BC > AC$ ), то сумма  $x + y + z$  минимальна при  $z = 0$ , тогда точка D лежит на стороне AC треугольника;
- 3) если  $\triangle ABC$  – равносторонний, то сумма  $x + y + z$  постоянна (не зависит от конкретных значений  $x, y, z$ ), тогда точка D – любая точка внутри участка.



№  
по

рис.1

) Определите высоту свечи по длинам теней, отбрасываемым шестом в двух различных  
жду ними [18].

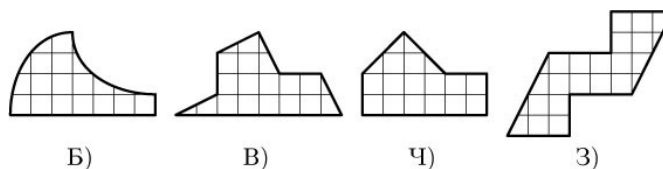
Решение.

$$\frac{1}{2} (a + b + c) \cdot x = \frac{1}{2} ah + bh + \frac{1}{2} b(x - h), \text{ откуда } x = h \cdot (1 + b / (a + c))$$

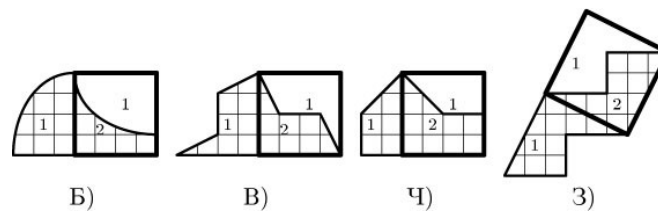
№50. Во время тренировки бейсболист бросил высоко мяч и, пробежав по прямой, поймал его. Сравните перемещения: игрока и мяча [22].

Ответ: равны.

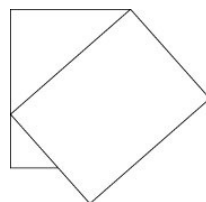
№51. На рисунке представлены 4 фигуры. Одним разрезом поделите каждую из них на две части и сделайте из них квадрат [16].



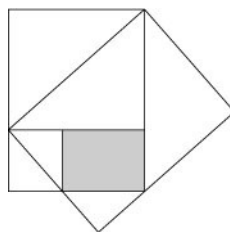
Решение.



№52. Листок календаря частично закрыт предыдущим листком, как показано на рисунке. Какая часть нижнего листка больше по площади, открытая или закрытая? [16]



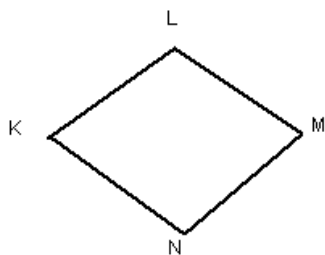
Решение. Из рисунка видно, что площадь закрытой части листка больше площади открытой на величину площади закрашенного прямоугольника.



№53. Дан прямоугольник, длины сторон которого относятся как 2:1. Разрежьте его на части так, чтобы из них можно было составить:

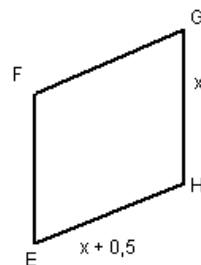
- а) равнобедренный прямоугольный треугольник;
- б) равнобедренный тупоугольный треугольник;
- в) равнобедренный остроугольный треугольник.

№54. Придумайте и решите задачи по рис.1, 2 [22].



KLMN – параллелограмм,

$$\angle K + \angle M = 90^\circ$$

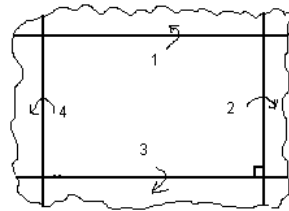


$EF \parallel GH, EH \parallel FG,$

$$P_{EPGH} = 10\text{см}$$

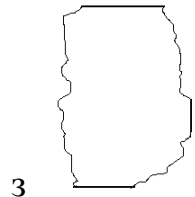
№55. Как, перегибая лист бумаги с неровными краями, получить прямоугольник? [22]

Решение: Линии сгиба обозначены цифрами:



№56. Перегибая лист бумаги с неровными краями, постройте ромб [22].

№57. Пользуясь угольником, постройте центр квадрата, все вершины и одна сторона которого недоступны [22].



Указание: Пусть  $A, B, C, D$  – недоступные вершины квадрата. Сначала постройте середину  $K$  стороны  $BC$  (она является точкой пересечения стороны  $BC$  и прямой, все точки которой равноудалены от сторон  $AB$  и  $CD$ ),

постройте  $KM$  угла  $PKB$  и прямую  $MN$  перпендикулярную  $AB$ .

№58. Можно ли утверждать, что четырехугольный лист бумаги имеет форму квадрата, если: а) образовавшиеся при его сгибании по диагоналям треугольники совпали; б) его противоположные стороны при сгибании совпали?

Какое минимальное число раз надо перегнуть четырехугольный лист бумаги, чтобы убедиться в том, что он имеет форму квадрата? [22]

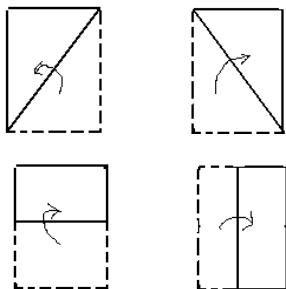


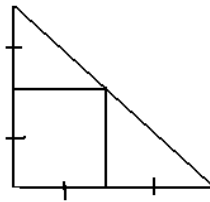
рис.2

Решение: а) можно лишь утверждать, что лист бумаги имеет форму ромба; б) лист бумаги имеет форму прямоугольника, но не всякий прямоугольник – квадрат. Чтобы убедиться,

что лист имеет форму квадрата, необходимо сложить его два раза: по диагонали и пополам.

№59. Как надо разрезать равнобедренный прямоугольный треугольник на три части, чтобы из них можно было сложить два равных квадрата? [22]

Решение:

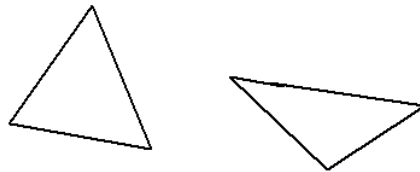


№60. Пользуясь угольником, постройте среднюю линию трапеции, все вершины которой недоступны [22].

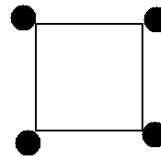


Указание: Средняя линия трапеции перпендикулярна ее высоте и проходит через ее середину.

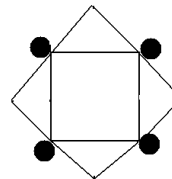
№61. Как, н  мерений, показать, что площади двух бумажных треугольников равны? [22].



№62. Земельный участок имеет форму квадрата, в вершинах которого растут деревья. Как, не изменяя его формы и не вырубая деревьев, увеличить площадь участка в два раза? [22].

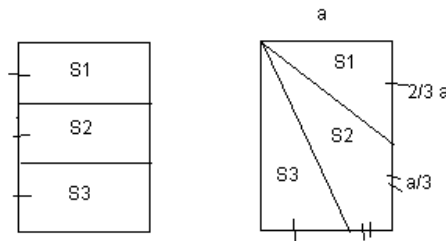


Решение:

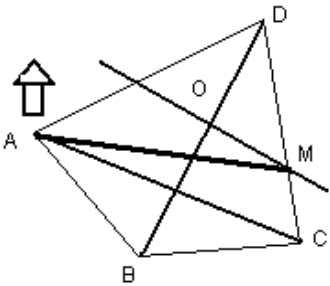


№63. Троице братьям достался в наследство участок земли в форме квадрата. Как следует его разделить, чтобы все братья получили одинаковое количество земли? Предложите разные решения [22].

Решение: Решение данной задачи представлено следующими рисунками:



№64. Как через пункт А провести прямую дорогу, делящую участок четырехугольной формы на две равновеликие части? [22].

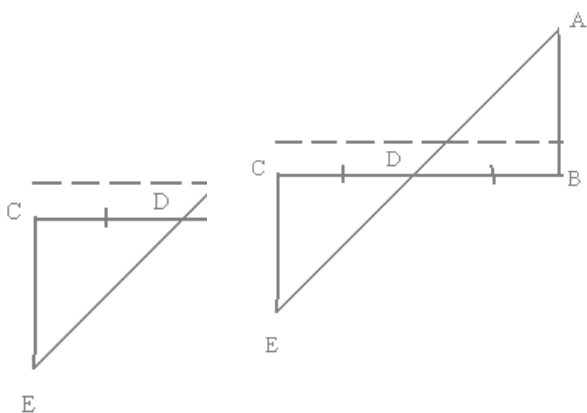


ив на практике знания по тригонометрии, вычислить угол: а) подъема лестницы в доме; б) наклона  
е измерения при этом надо выполнить? [22].

№67. Даны бумажные модели трех углов. Как, не пользуясь инструментами, показать, что один из углов равен сумме двух других? [21]

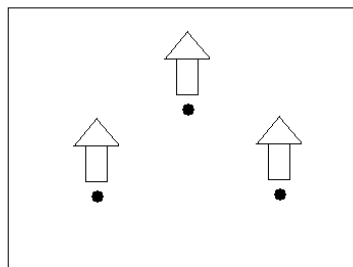


№68. (задача Фалеса): Определите расстояние от берега (речь идет о конкретной точке на берегу) до корабля, находящегося недалеко в море [21].

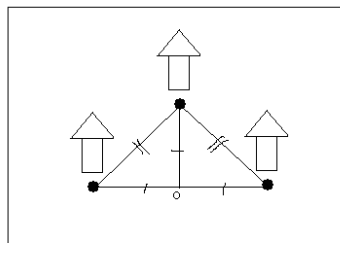


Решение: Пусть корабль находится в точке А, а наблюдатель в точке В. Строим на суше перпендикулярно отрезку АВ отрезок ВС произвольной длины, находим его середину (точку D). Строим перпендикулярно СВ отрезок СЕ так, чтобы точки Е, D и А зрительно лежали на одной прямой. Тогда АВ = СЕ. Докажите.

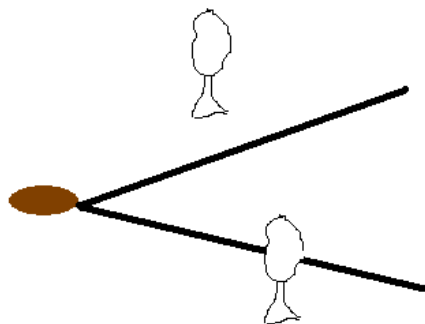
положенных в вершинах равнобедренного прямоугольного треугольника хотят выкопать м, что бы он был одинаково удален от всех трех домов. В каком месте надо копать? [21]



Ответ: В точке О:



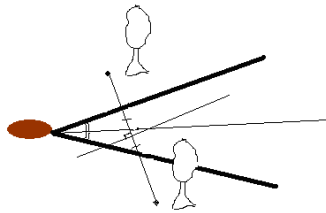
Л



грова, на котором когда-то пираты зарыли сокровища.

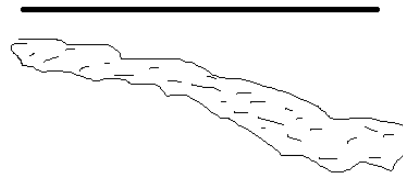
К сожалению, на карте не отмечено место, где они спрятаны, но зато сохранились ориентиры (камень на развилке дорог и два дуба), по которым можно определить место. Известно, что сокровища зарыты в месте, одинаково удаленном и от двух дорог, и от дубов. Сможете ли вы отыскать клад? [21]

*(Ответ: Сокровища зарыты в месте пересечения биссектрисы угла, образованного дорогами, с серединным перпендикуляром к отрезку, соединяющему дубы)*

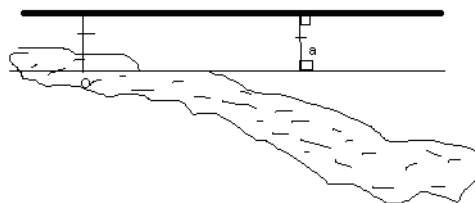


№71. В стороне от прямолинейной до  
удаленного от дороги на данное расстояние? [21]

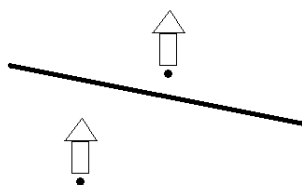
Как определить место для строительства моста через реку,



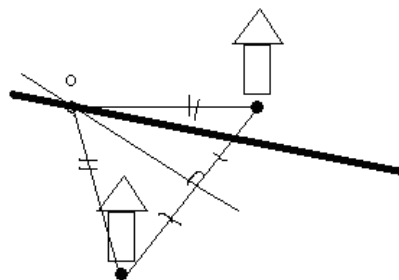
*(Ответ: Мост надо построить в точке пересечения реки с прямой, параллельной дороге и отстоящей от нее на данное расстояние  $a$ )*



№72. Два дома расположены по разные стороны от шоссе. Где следует построить автобусную остановку, которая была бы равноудалена от обоих домов? [21]

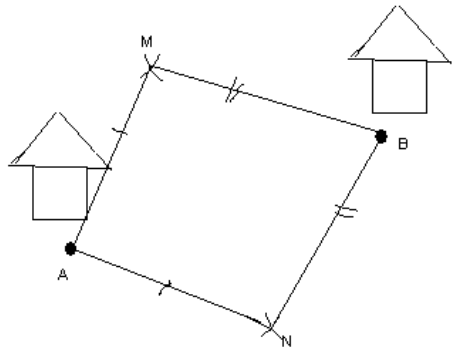


*(Ответ: В точке пересечения шоссе с серединным перпендикуляром к отрезку, соединяющему дома.)*



№73. Как определить место для строительства школы, удаленной от деревень А и В на данные расстояния? Всегда ли задача имеет решение? [21]

Решение: Школу надо строить в любой из точек пересечения окружностей с центрами в точках А и В, радиусы равны расстояниям.



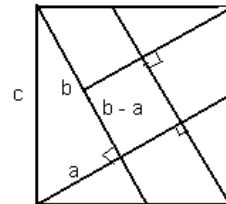
шение, если  $AM + BM \geq AB$  (в случае, когда  $AM + BM = AB$  окружности касаются)

№75. Участок заболоченной местности имеет форму выпуклого четырехугольника. Как, не вступая на эту площадь? [22]

измерить площадь участка (площадь четырехугольника), на местности через пару противоположных вершин, перпендикулярные диагонали, соединяющей эти вершины. Через две другие вершины

проводят прямые, перпендикулярные построенным прямым. Попарно пересекаясь, прямые образуют прямоугольник, площадь которого в два раза больше площади данного четырехугольника (длину и ширину прямоугольника можно измерить непосредственно).

№76. Одно из доказательств теоремы Пифагора было обнаружено в трактате индийского математика XII в. Бхаскары. Воспроизведите его, опираясь на данный чертеж [22].



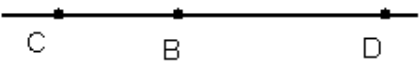
№76. Находясь на некотором расстоянии от дерева, человек видит его верхушку под углом  $\alpha$ . Как определить высоту дерева? [22].

Решение: Если  $a$  – расстояние до дерева,  $h$  – рост человека, то высота дерева равна  $a \cdot \tan \alpha + h$

№77. Два пловца одновременно с одного берега реки (из одной точки) поплыли на другой берег с одинаковыми скоростями. Первый направился прямо к противоположному берегу и был снесен течением на некоторое расстояние. Второй поплыл вверх по течению под некоторым углом и оказался на другом берегу напротив места старта. Кто из них первым достиг противоположного берега? [22].

№78. Отпилили кубику одну вершину. На сколько изменилось число его вершин? [4].

№79. Известно, что В – внутренняя точка отрезка СД. Доказать, что  $CB < CD$  [4].

Доказательство: По условию задачи В – внутренняя точка отрезка CD, значит, она лежит между точками С и D, с это означает, что  $CB + BD = CD$ .  
  
 ны, то расстояния CB, BD и DC положительны. Мы знаем, что если слагаемые положительные, то каждое слагаемое меньше их суммы, значит,  $CB < CD$ , что и требовалось доказать.

№80. Начертите окружность (О; 3 см) с диаметром КР. Докажите, что точка О – середина отрезка КР [4].

№81. На отрезке АВ длиной 7 см лежат точки С и D так, что длина АС равна длине DB. Точка М – середина отрезка CD. Найдите длину отрезка CD, если  $MD:AM = 3:7$  [4].

№82. Три точки М, Р и К расположены так, что  $MP = 7$  см,  $MK = 5$  см,  $PK = 2$  см. лежат ли эти точки на одной прямой? [4].

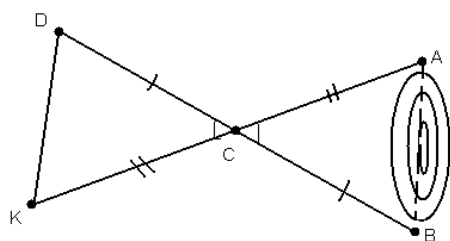
Решение: Сначала узнаем, лежит ли какая-либо из данных точек между двумя другими. а) Так как расстояния MP, МК и РК положительны, то точки М, Р и К различны. б) Кроме того,  $5 \text{ см} + 2 \text{ см} = 7 \text{ см}$ , или  $MK + PK = MP$ . Значит, точка

К лежит между точками М и Р, тогда согласно аксиоме принадлежности трех точек прямой точки М, Р и К лежат на одной прямой.

№83. Постройте отрезок АВ. Начертите лучи АВ и ВА. Являются ли эти лучи противоположными? Объясните ответ [4].

№84. При пересечении двух прямых образовалось четыре угла. Сумма величин двух из них  $100^\circ$ . найдите величину каждого из четырех углов [4].

№85. При измерении длины озера отметили на местности точки А, В и С, а затем еще две точки D и К так, чтобы точка С оказалась общей серединой отрезков АК и BD. Измерив DK, получили 500 м и сделали вывод, что длина озера равна 500 м. Верно ли сделан этот вывод? [4].



Решение: Чтобы установить, что  $AB = DK$ , надо доказать равенство тех треугольников, в которых отрезки АВ и DK являются соответствующими сторонами. Это треугольники ACB и KCD.

СВ, так как точка С – середина отрезков АК и DB;  $\angle ACB = \angle DCK$  как вертикальные.

Следовательно,  $\triangle KCD = \triangle ACB$  по двум сторонам и углу между ними. В равных треугольниках против равных углов лежат равные стороны;  $\angle ACB = \angle DCK$ , значит, равны и лежащие против них стороны АВ и DK. Если  $DK = 500$  м, то и  $AB = 500$  м. Значит, вывод сделан верно.

№86. Внешний угол треугольника CBD равен  $100^\circ$ . отношение углов, не смежных с ним, равно 2:3. Доказать, что данный треугольник остроугольный [4].

Решение: Пусть внешний угол CBD равен  $100^\circ$ , а  $\angle A : \angle C = 2:3$ . обозначим число градусов, приходящихся на одну часть, через  $x$ , тогда  $\angle A = 2x$ , а  $\angle C = 3x$ . по теореме о внешнем угле треугольника  $\angle CBD = \angle A + \angle C$ , то есть  $100^\circ = 2x +$

$3x$ ,  $100^\circ = 5x$ ,  $x = 20^\circ$ . если  $x = 20^\circ$ , то  $\angle A = 40^\circ$ , а  $\angle C = 60^\circ$ , тогда  $\angle ABC = 180^\circ - (\angle A + \angle C) = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$ . В треугольнике ABC каждый из углов острый, значит, он остроугольный.

№87. Углы треугольника относятся как 7:5:6. найдите углы треугольника и укажите вид треугольника [4].

№88. Сторона AB треугольника ABC равна 17 см., сторона AC вдвое больше стороны AB, а сторона BC на 10 см меньше стороны AC. Найдите периметр треугольника ABC [4].

№89. Докажите, что если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого треугольника, то и третьи углы равны [4].

№90. Докажите, что если медиана треугольника совпадает с его высотой, то треугольник равнобедренный [4].

№91. В равнобедренном треугольнике основание в 2 раза меньше боковой стороны, а периметр равен 50 см. Найдите стороны треугольника [4].

№92. Докажите, что в равностороннем треугольнике все углы равны [4].

№93. На прямой даны две точки A и B. На продолжении луча BA отложены отрезки BC так, чтобы  $BC = 2AB$  [4].

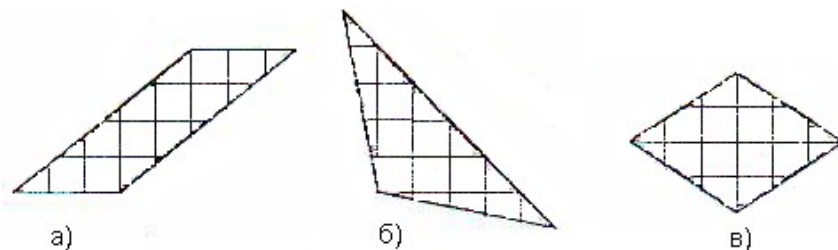
№94. Отрезки AB и CD – диаметры окружности с центром O. Найдите периметр  $\triangle AOD$ , если известно, что  $CB = 13$  см.,  $AB = 16$  см [4].

№95. Отрезки AB и CD – диаметры окружности. Докажите, что: а) хорды BD и AC равны; б) хорды AD и BC [4].

№96. Из середины D стороны BC равностороннего треугольника ABC проведен перпендикуляр DM к прямой AC. Найдите AM, если  $AB = 12$  см [4].

№97. Доказать, что в равнобедренном треугольнике две высоты, проведенные из вершин основания, равны [4].

№98. На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см × 1 см изображены фигуры. Найдите их площади в квадратных сантиметрах.



Приложение 1

Класс	Тема	Определенная задача		Задачи с неопределенностью в условии	
		Вычислительная	Задача на доказательство	I тип	II тип
7 кл	Прямая и отрезок	№3	№79	№28, №45	№80, №81, №82
	Луч и угол	№29	№38		№83
	Измерение отрезков	№2, №39, №46		№65	
	Измерение углов	№4, №12, №36, №66		№47	№84
	Признаки равенства треугольников	№1, №6, №9, №88	№85	№67	№7, №8
	Медианы, биссектрисы и высоты треугольника	№30, №91	№90, №92	№5	
	Задачи на построение	№69, №70, №71, №94	№95	№72	№93
	Соотношения между сторонами и углами треугольника	№10, №11, №37	№89		№86, №87
	Прямоугольные треугольники	№96	№97	№58	№68

## Приложение 2

Класс	Тема	Определенная задача		Задачи с неопределенностью в условии	
		Вычислительная	Задача на доказательство	I тип	II тип
8 кл	Параллелограмм и трапеция	№13, №14, №18, №54		№17, №59	№15
	Прямоугольник, ромб, квадрат	№16, №19, №55, №56, №78	№41	№58	№57
	Площадь многоугольника	№31, №40, №52, №61	№42	№48, №49, №51	№53
	Площадь параллелограмма, треугольника и трапеции	№20, №60, №98	№32	№63, №73	
	Теорема Пифагора	№21, №22, №23, №74	№33		
	Признаки подобия треугольников		№43, №44		
	Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника	№24, №25, №64, №75		№62	
	Векторы	№26, №27, №35	№34	№50	№33

--	--	--	--	--	--