

Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение  
«Троицкий технологический техникум»

### **Методическая разработка урока**

По дисциплине: Математика

По теме: Физический смысл производной

По специальности: 13.02.03 Электрические станции сети и системы

Троицк, 2024г

# ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОГО ЗАНЯТИЯ

**Дисциплина:** Математика

**Раздел:** Производная функции, ее применение

**Тема занятия:** Физический смысл производной

**Тип учебного занятия:** Комбинированный урок

**Метод обучения:** Интеграция информационно-сообщающего, репродуктивного и частично – поискового.

**Межпредметные связи:** дисциплины: Физика, Электротехника и электроника, МДК 02.01, МДК 02.02.

**Цели занятия**

в соответствии с уровнями усвоения учебной информации

**Учебная (обучающая):**

**I уровень (знакомство)**

- ввести понятие второй производной
- ввести понятие физического смысла производной

**II уровень (воспроизведение)**

- решение типовых задач на определение скорости и ускорения движения

**III уровень (применение умений в незнакомой ситуации)**

- решение задач с профессиональным содержанием

#### **Развивающая:**

- Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам (ОК 01).
- Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности (ОК 02).
- Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде (ОК 04).
- Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста (ОК 05).

#### **Воспитательная:**

- воспитание профессионально важных личностных качеств студентов: чувства индивидуальной и групповой ответственности; коммуникативного общения;
- воспитание аккуратности при оформлении работ в тетрадях.

### **Методы (М), методические приёмы (МП)**

в соответствии с уровнями усвоения информации.

#### **I уровень (знакомство)**

**М:** информационно – сообщаящий

**МП:** словесные: рассказ, беседа, ссылка на предыдущие темы

Наглядные: презентация, рабочие листы, листы самооценки.

#### **II уровень (воспроизведение)**

**М:** информационно – сообщаящий, репродуктивный

**МП:** Беседа. Решение типовых задач.

#### **III уровень (применение умений в незнакомой ситуации))**

**М:** частично - поисковый

**МП:** Решение нетипичных задач.

### **Средства обучения:**

- Мультимедийный проектор, электронная презентация.
- Рабочие листы, листы самооценки.

### **Информационное обеспечение**

1. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 кл. Алимов Ш.А., Колягин Ю.М. и др М.: Просвещение, 2019г.
2. Федеральный портал «Российское образование». - URL: <http://www.edu.ru/>.

### **План темы занятия**

1. Понятие второй производной.
2. Физический смысл производной.
3. Применение производной в физике.
4. Применение производной в электротехнике.

### **Цитата урока:**

*«Нет ни одной области математики,  
как бы абстрактна она ни была, которая когда-  
нибудь не окажется применимой к явлениям  
действительного мира».*

*Н.И. Лобачевский*

## Ход занятия

№ п/п	Структурные элементы урока, время	Деятельность преподавателя	Деятельность обучающихся
1.	Организационный этап (5 мин)	<b>Задача-</b> создать положительный эмоциональный настрой группы на работу. <ul style="list-style-type: none"> <li>Приветствие</li> <li>Проверка наличия студентов</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Приветствуют</li> </ul>
2.	Проверка домашнего задания (10мин)	<p><b>1. Фронтальный опрос по теме «Производная функции»</b>  Определение производной  Приращение функции  Приращение аргумента  Производные основных элементарных функций  Правила дифференцирования: производная суммы, произведения, частного функций  Производная сложной функции.</p> <p><b>2. Проверка домашнего задания</b>  Студенты работают у доски, объясняют решение домашних упражнений по теме «Производная сложной функции».  Преподаватель задает уточняющие вопросы.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Отвечают на вопросы устно</li> <li>Участвуют в беседе совместно с преподавателем</li> <li>Слушают, воспринимают, задают вопросы</li> <li>Отвечают на вопросы устно</li> </ul>
3.	Мотивация (8 мин)	<b>Задача –</b> мотивировать интерес к теме занятия. <ul style="list-style-type: none"> <li>Преподаватель предлагает студентам тестовое задание, которое подготавливает их к теме занятия (приложение 1)</li> <li>Раздает листы самооценки (приложение 2).</li> <li>Предлагает студентам ознакомиться с исторической справкой о Исааке Ньютоне, создателе Дифференциального исчисления . (выступает студент, который подготовил индивидуальное домашнее задание, приложение 3)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Студенты выполняют тестовое задание и работают над расшифровкой слова.</li> <li>Отмечают результат в листе самооценки</li> <li>Слушают, воспринимают, отвечают на вопросы.</li> </ul>

		Предлагает студентам предположить тему занятия. Сообщает тему занятия, план, формулирует цели.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Записывают тему занятия в конспект</li> </ul>
4.	<b>Изучение нового материала (22 мин)</b>	<b>Задача</b> – обеспечить успешное восприятие информации	<ul style="list-style-type: none"> <li>Слушают, воспринимают</li> <li>записывают понятие второй производной и примеры в конспект.</li> </ul>
		<b>1. Понятие второй производной</b> Объясняет, сопровождает объяснение диалогом с аудиторией и демонстрацией примеров.	
		<b>2. Физический смысл производной</b> Объясняет физический смысл первой и второй производной на примере о перемещении тела. Сопровождает объяснение диалогом с аудиторией.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Включаются в самостоятельную мыслительную деятельность</li> <li>выполняют чертеж, записывают определение в конспект</li> </ul>
		<b>Физкультурная пауза – 3 мин.</b> Преподаватель организует проведение физкультпаузы.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Студенты выполняют комплекс упражнений</li> </ul>
		<b>3. Применение производной в физике</b> Формулирует задачу о вычислении скорости и ускорения тела с использованием производной. Проводит обсуждение решения задачи. Объясняет и выводит на экран поэтапно решение задачи.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Включаются в мыслительную деятельность.</li> <li>Участвуют в обсуждении решения задач.</li> <li>Решение записывают в конспект.</li> </ul>
		<b>4. Применение производной в электротехнике</b> Формулирует задачу о вычислении силы тока с использованием производной. Проводит обсуждение решения задачи. Сопровождает объяснение диалогом с аудиторией.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Слушают, воспринимают</li> <li>Включаются в мыслительную деятельность.</li> <li>Участвуют в обсуждении решения задач.</li> <li>Решение записывают в конспект.</li> </ul>
5	<b>Закрепление (35 мин)</b>	<b>Задача</b> – активизировать мыслительную деятельность обучающихся. <b>Самостоятельная работа</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Разделяются на</li> </ul>

		<p><i>Решение задач с практическим содержанием.</i>  Формирует микрогруппы (2 чел.) для самостоятельной работы.  Выдает рабочие листы с заданием и проводит инструктаж (приложение 4).  Поясняет критерии оценивания решения задач.  Организует и направляет работу студентов.</p> <p><u>Преподаватель</u> выводит решения задач на экран и предлагает студентам самостоятельно оценить результаты.  Делает общий вывод по выполнению задания.  Отмечает лучшие работы.</p>	<p>микрогруппы.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Получают задание на рабочих листах.</li> <li>• Обсуждают решение задач.</li> <li>• Выполняют необходимые вычисления и записывают ответы на рабочих листах.</li> <li>• Проверяют решение задачи в соответствии с шаблоном. Ставят себе оценку в соответствии с критериями и сдают рабочий лист</li> </ul>
6	<b>Подведение итогов занятия(5мин)</b>	<p><b>Задача</b> – оценка результатов обучения.</p> <p>Выставление оценок за работу на уроке</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Слушают, воспринимают</li> <li>• Задают вопросы</li> </ul>
7	<b>Домашнее задание (3 мин)</b>	<p>1. Составить три задачи по теме физический смысл производной.  2.Составить тест (10) заданий для проверки знаний по теме производная функции и ее применение.</p>	<p>Записывают домашнее задание.</p>
8	<b>Рефлексия (2мин)</b>	<p>Продолжите фразу:</p> <p>1)На уроке я работал <i>активно / пассивно</i>  2) своей работой на уроке я <i>доволен / не доволен</i>  3)материал урока мне был <i>понятен / не понятен, интересен/ скучен</i>  4) моё настроение <i>стало лучше / стало хуже</i></p>	<p>Высказывают мнение о проведенном занятии.</p>

## Конспект урока

### 1.Организационный этап

### 2.Проверка домашнего задания

*Фронтальный опрос:*

Определение производной

Приращение функции

Приращение аргумента

Производные основных элементарных функций

Правила дифференцирования: производная суммы, произведения, частного функций

Производная сложной функции.

*Проверка домашних упражнений.*

Найти производную сложной функции:

1.  $y = (2x^4 - 5x)^5$

2.  $y = \sin(x^2 + 4)$

3.  $y = (-3x + 5)^7$

4. Найти  $y'(1)$ ,  $y = (2x^3 - 4)^3$

### 3.Мотивация

Прежде чем будет озвучена тема этого урока, я предлагаю вам выполнить тестовое задание. Вам необходимо в течении 3-х минут определить ключевое слово сегодняшнего урока. Выполнив задание, запишите получившееся слово в таблицу. Желаю вам успеха (студенты работают над расшифровкой слова). В течении урока вы работаете с листом самооценивания, не забывая оценивать себя после каждого этапа урока.

#### Тест

Найдите производную функции:	Ответы:
1. $y = 4x^3$	<b>И</b> $5x^4 + 12x^3 - 2$ <b>Р</b> $3x$ <b>З</b> $2x^2$ <b>Ф</b> $12x^2$



2. $y = \frac{1}{4}x^4$	Ю $14x - 9$
3. $y = 7x^2 - 9x + 2$	С $\cos x - \sin x$
4. $y = 3x - x^2$	Я $-\sin x + \cos x$
5. $y = \sin x + \cos x$	К $3 - 2x$
6. $y = x^5 + 3x^4 - 2x - 5$	Н $\frac{3}{2}\sqrt{x}$
7. $y = \cos x - \sin x$	Л $x^3$
	М $4x^3$

(Тест. Проверка)

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7
Ответ (буква)	Ф	Л	Ю	К	С	И	Я

-Какое слово у вас получилось? (флюксия)

- Что это означает?

**Интересно:** Исаак Ньютон называл производную флюксией, а саму функцию - флюентой.

**Историческая справка** (выступает студент с сообщением о Исааке Ньютоне )

Итак, сегодня на уроке мы будем говорить о производной, и не только.

Запишем тему урока в тетради " **Физический смысл производной**".

### 3. Изучение нового материала

#### Понятие второй производной

Вторая производная функции – это производная от первой производной.

$$y'' = (f'(x))'$$

*Пример 1*

$$y = x^3$$

$$y' = (x^3)' = 3x^2$$

$$y'' = (3x^2)' = 6x$$

*Пример 2*

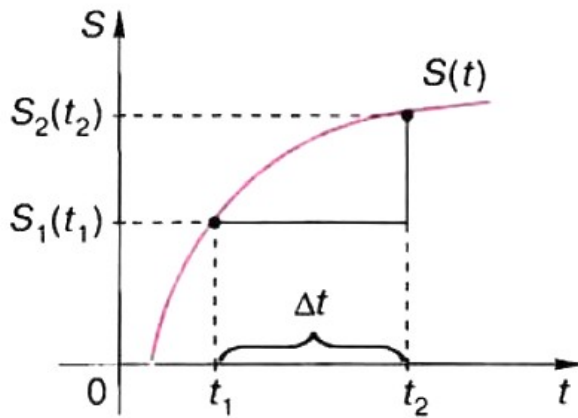
$$y = 2 \sin x$$

$$y' = 2 \cos x$$

$$y'' = -2 \sin x$$

## Физический смысл производной

Пусть тело движется по закону  $S=S(t)$ , где  $S$  – перемещение тела за время  $t$ .



$$V_{cp} = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{S(t_1 + \Delta t) - S(t_1)}{\Delta t} \quad \text{средняя скорость тела за промежуток времени } [t_1; t_2].$$

Мгновенная скорость тела в данный момент времени  $t_1$  равна значению производной от закона движения:

$$V_{мгн} = S'(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

Также скорость зависит от ускорения, поэтому

физический смысл производной:

$$V(t) = S'(t)$$

$$a(t) = V'(t) = S''(t)$$

Где  $S$  - перемещение, путь (м)

$V$  – скорость (м/с)

$a$  – ускорение (м/с<sup>2</sup>)

## Применение производной в физике

### **Задача 1**

Закон движения тела задан формулой  $S(t) = 0,5t^2 + 3t + 2$  ( $S$  - в метрах,  $t$  – в секундах). Какой путь пройден телом за 4 секунды? Какова скорость и ускорение движения в этот момент времени?

Решение:

$$S(4) = 0,5 \cdot 4^2 + 3 \cdot 4 + 2 = 8 + 12 + 2 = 22 \text{ (м)}$$

$$v(t) = (0,5t^2 + 3t + 2)' = t + 3$$

$$v(4) = 4 + 3 = 7 \text{ (м/с)}$$

$$a(t) = v'(t) = (t+3)' = 1$$

$$a(4) = 1 \text{ (м/с}^2\text{)} \text{ (постоянное ускорение)}$$

Ответ:

$$S(4) = 22 \text{ (м)}$$

$$v(4) = 7 \text{ (м/с)}$$

$$a(4) = 1 \text{ (м/с}^2\text{)}$$

### Применение производной в электротехнике

Под электрическим током понимают направленное движение свободных электрически заряженных частиц.

Количественной характеристикой электрического тока является сила тока. В цепи электрического тока электрический заряд меняется с течением времени по закону  $q = q(t)$ . Сила тока  $I$  (А – ампер) есть производная заряда  $q$  по времени  $t$ .

$$I = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{q(t + \Delta t) - q(t)}{\Delta t}$$

$$I = q'(t)$$

#### **Задача 2**

Количество электричества, протекающее через проводник, начиная с момента  $t=0$ , задается формулой  $q = 3t^2 + t + 2$ .

Найдите силу тока в момент времени  $t = 3$ .

Решение.

$$q = 3t^2 + t + 2$$

$$I = q'(t)$$

$$I = (3t^2 + t + 2)' = 6t + 1$$

$$I(3) = 6 \cdot 3 + 1 = 19 \text{ (А)}$$

Ответ: 19(А)

### **5.Закрепление**

#### *Самостоятельная работа*

##### **Вариант 1**

1. Закон движения тела задан формулой  $S(t) = t^3 + 3t - 4$  (S - в метрах, t – в секундах). Какой путь пройден телом за 4 секунды? Какова скорость и ускорение движения в этот момент времени?

2. Количество электричества, протекающее через проводник начиная с момента  $t=0$ , задается формулой  $q = 2t^2 + t - 5$ .

Найдите силу тока в момент времени  $t = 6$ .

3. Заряд протекающий через проводник, меняется по закону  $q = \sin(3t - 30)$ , найти силу тока в момент времени  $t = 10c$

## Вариант2

1. Закон движения тела задан формулой  $S(t) = t^3 - 3t + 4$  ( $S$  - в метрах,  $t$  – в секундах). Какой путь пройден телом за 4 секунды? Какова скорость и ускорение движения в этот момент времени?
2. Количество электричества, протекающее через проводник начиная с момента  $t = 0$ , задается формулой  $q = 4t^2 + t + 1$ .

Найдите силу тока в момент времени  $t = 5$ .

3. Заряд протекающий через проводник, меняется по закону  $q = \sin(4t - 8)$ . найти силу тока в момент времени  $t = 2c$

Проверим решение этих задач (с использованием презентации).

Оцените выполненную свою работу на уроке в листе самооценки.

## Подведение итогов урока, домашнее задание

1. Сегодня на уроке мы использовали физический материал, применяли математический аппарат для решения прикладных задач; расширили представление о роли математики в изучении окружающего мира.

Выставление оценок: учащиеся самостоятельно подсчитывают средний балл согласно оценочному листу (приложение 2).

2. Проводится анализ работ студентов, отмечаются лучшие.

3. Домашнее задание: а) составить три задачи по теме физический смысл производной, б) составить тест (10) заданий для проверки знаний по теме производная функции и ее применение.

4. Рефлексия.

**Тест**

Найдите производную функции	Ответы:
<p>1. <math>y = 4x^3</math></p> <p>2. <math>y = \frac{1}{4}x^4</math></p> <p>3. <math>y = 7x^2 - 9x + 2</math></p> <p>4. <math>y = 3x - x^2</math></p> <p>5. <math>y = \sin x + \cos x</math></p> <p>6. <math>y = x^5 + 3x^4 - 2x - 5</math></p> <p>7. <math>y = \cos x - \sin x</math></p>	<p><b>И</b> <math>5x^4 + 12x^3 - 2</math></p> <p><b>Р</b> <math>3x</math></p> <p><b>З</b> <math>2x^2</math></p> <p><b>Ф</b> <math>12x^2</math></p> <p><b>Ю</b> <math>14x - 9</math></p> <p><b>С</b> <math>\cos x - \sin x</math></p> <p><b>Я</b> <math>-\sin x + \cos x</math></p> <p><b>К</b> <math>3 - 2x</math></p> <p><b>Н</b> <math>\frac{3}{2}\sqrt{x}</math></p> <p><b>Л</b> <math>x^3</math></p>

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7
Ответ (буква)							

Лист самооценки

Группа \_\_\_\_\_

Фамилия имя студента \_\_\_\_\_

Тест	Задача 1			Задача 2	Задача 3
Полностью- 2б	<i>S</i>	<i>V</i>	<i>a</i>	<i>I</i>	<i>I</i>
Частично- 1б	1б	1б	1б	1б	1б

Итого: \_\_\_\_\_ баллов

Критерии оценивания: 7 баллов-«5»; 6-5 баллов-«4»; менее 4-3 балла-«3»

**Рефлексия.**

Продолжите фразу:

- 1) На уроке я работал активно/пассивно
- 2) своей работой на уроке я (доволен/ не доволен)
- 3) материал урока мне был (понятен/ не понятен, интересен/ скучен)
- 4) моё настроение (стало лучше/стало хуже)

## **Как Исаак Ньютон называл производную функции**

В течение своей жизни Исаак Ньютон сделал множество открытий и изменений в различных областях науки. Одно из его величайших достижений состоит в разработке понятия производной функции.

## **Исаак Ньютон — гений своего времени**

Исаак Ньютон был выдающимся физиком, математиком, астрономом и алхимиком XVII века. Он родился в Англии в 1643 году и с самого раннего детства проявлял к светским наукам огромный интерес. Уже в юном возрасте он начал проводить эксперименты и постигать науку.

Самый значимый вклад Ньютон в науку связан с его теорией гравитации и основами математического анализа. Он разработал понятие производной функции и дал ему название, которое имеет глубокий смысл.

## **Термины и объяснения Исаака Ньютона**

Исаак Ньютон называл производную функции «методом флюкций и серий». Данный термин описывает процесс изменения величины функции при изменении ее аргумента. Представим себе, что функция — это множество точек, и ее изменение — это движение точек. В своих трудах Ньютон объяснял, что производная функции является скоростью движения этих точек.

Идея Ньютона заключалась в том, что производная функции показывает ее скорость изменения в данной точке. Если мы представим функцию как гору, то производная будет указывать на ее наклон в данной точке. Если наклон прямой, то производная равна нулю и функция не изменяется. Если наклон отрицательный, то функция убывает. Если наклон положительный, то функция возрастает.

Исаак Ньютон предложил математическую формулу для вычисления производной функции, которая используется и по сей день. Он применил свои знания в математическом анализе и разработал систему дифференциальных уравнений, которая стала основой для множества научных и инженерных расчетов.

## **Наследие Исаака Ньютона**

Введение Исаака Ньютона понятия производной функции стало революцией в математике. Это понятие позволяет понять, как изменяется функция в зависимости от различных параметров и аргументов. Производная имеет огромное применение не только в математике, но и в физике, экономике, биологии и многих других областях науки.

Безусловно, Исаак Ньютон был одним из величайших умов в истории человечества. Его труды и открытия по сей день оказывают огромное влияние на мировую науку и технологии. Ньютон был человеком, который смог изменить наше понимание мира и проложить путь для дальнейших научных исследований.

- Гении рождаются раз века, и Исаак Ньютон был именно таким гением.
- Его непревзойденная работа по пониманию производной функции заставила мир задуматься о природе математических объектов.
- Благодаря его вкладу в математику, у нас появился новый инструмент для анализа и предсказания различных явлений, которые мы видим вокруг нас.
- Исаак Ньютон доказал, что математика не только язык, но и ключ к пониманию мира.

Исаак Ньютон оставил наследие, которое останется с нами навсегда. Его вклад в науку и математику позволяет нам разрабатывать новые технологии, предсказывать будущие события и понимать глубинные законы природы



## Рабочий лист

Группа \_\_\_\_\_

Фамилии имя студентов \_\_\_\_\_

## Вариант 1

1. Закон движения тела задан формулой  $S(t) = t^3 + 3t - 4$  ( $S$  - в метрах,  $t$  - в секундах). Какой путь пройден телом за 4 секунды? Какова скорость и ускорение движения в этот момент времени?
2. Количество электричества, протекающее через проводник начиная с момента  $t=0$ , задается формулой  $q = 2t^2 + t - 5$ .  
Найдите силу тока в момент времени  $t = 6$ .
3. Заряд протекающий через проводник, меняется по закону  $q = \sin(3t - 30)$ ,  
найти силу тока в момент времени  $t = 10$ с

## *Рабочий лист*

Группа \_\_\_\_\_

Фамилии имя студентов \_\_\_\_\_

### **Вариант 2**

1. Закон движения тела задан формулой  $S(t) = t^3 - 3t + 4$  ( $S$  - в метрах,  $t$  – в секундах). Какой путь пройден телом за 4 секунды? Какова скорость и ускорение движения в этот момент времени?

2. Количество электричества, протекающее через проводник начиная с момента  $t=0$ , задается формулой  $q = 4t^2 + t + 1$ .

Найдите силу тока в момент времени  $t = 5$ .

3. Заряд протекающий через проводник, меняется по закону  $q = \sin(4t - 8)$ . найти силу тока в момент времени  $t = 2c$