**МБОУ « СОШ №3»**

Тема: **«Приемы формирования познавательных универсальных логических действий на этапе усвоения определений»**

**Автор работы: Каримова Р.М.**

**учитель математики**

**г. Альметьевск, РТ**

**Содержание**

Введение………………………………………………………………….....4

1. Формирование логической структуры определения понятия…………...5

2. Этапы формирования понятий…………………………………………… 9

2.1 Подготовка к восприятию, актуализация знаний,

мотивация, проблемная ситуация…………………………………………….9

2.2 Восприятие, выявление содержания, термин, конструирование определений………………………………………………………………… 11

2.3 Осознание, осмысление, подведение под понятие, выведение следствий…………………………………………………………………… 15

2.3.1. Конструирование упражнений на формирование умений

подводить объект под понятие……………………………………………. 15

2.3.2 Конструирование упражнений на овладение действием

отыскания следствий на этапе "осознание, осмысление"…………………19

2.4 Закрепление и применение…………………………………………… 22

3. Диагностируемые цели……………………………………………………24

Заключение…………………………………………………………………26

Список литературы………………………………………………………..27

**Цель работы:** показать приемы формирования познавательных универсальных действий на этапе усвоения определений.

**Задачи:**

1. Выявить логическую структуру определения понятия, рассматривая определения через род и вид.
2. Привести примеры упражнений на анализ объектов с целью выделения признаков (существенных, несущественных);

« подведение под понятие», отыскания следствий, построению логической цепи рассуждений, доказательству, выдвижению гипотез и их обоснованию.

1. Показать способы конструирования упражнений «подведение под понятие», отыскания следствий, построению логической цепи рассуждений.

**Введение**

Важнейшей задачей современной системы образования является формирование универсальных учебных действий, обеспечивающих школьникам умение учиться, способность к саморазвитию и самосовершенствованию. Формируя познавательные универсальные действия, наряду с общеучебными мы должны уделять большое внимание формированию универсальных логических действий: анализу объектов с целью выделения признаков (существенных, несущественных); синтезу, классификации объектов, подведению под понятие, выведению следствий, установлению причинно - следственных связей, построению логической цепи рассуждений, доказательству, выдвижению гипотез и их обоснованию.Значение определений в процессе воспитания логических культуры школьников трудно переоценить А.Я. Хинчин указывал на то, что «…заучивание определений является актом высокой логической культуры, а не схоластической зубрежкой», и это должно быть доведено до сознания учащихся. Ключевым моментом в процессе формирования понятия является его определение. Определение понятия – условное соглашение, разумно выбираемое, исходя из реальных свойств того или иного понятия, или в соответствии с теми или иными требованиями процесса обучения.

**1. Формирование логической структуры определения понятия**

Наиболее распространенными являются определение понятий через род и видовое отличие.

Например,в предложении «Прямоугольником называется четырехугольник, у которого все углы прямые» родовым понятием является понятие «четырехугольник», а видовым отличием – свойство иметь прямой угол.

Определение через род и видовое отличие состоит из двух понятий: определяемого и определяющего, а сама операция состоит из двух этапов:

1. Определяемое понятие подводится под более обширное по объему родовое понятие (род);
2. Указывается видовое отличие, т.е. устанавливается признак, отличающий определяемый предмет (вид этого рода) от других видов, входящих в данный род.

Например: «Трапецией называется четырехугольник, две стороны которого параллельны». Определяемое понятие «трапеция» представляет собой вид родового понятия «четырехугольник», содержащего некоторые признаки понятия «трапеция»; остальная часть определения (видовое отличие) отличает трапецию от других четырехугольников.  
  Приведем символическое выражение определения через род и видовое отличие в виде формулы

A=Bc,

Где А — определяемое понятие, Вс — определяющее понятие   
(В — род, с — видовое отличие).

**Можно указать различные способы задания видовых отличий:**

1. перечислением некоторого набора свойств( биссектриса угла).
2. конструктивно, указанием способа построения (Рассмотрим, например, также определение ломаной: «Ломаной называется геометрическая фигура, которая состоит из отрезков *А*1*А*2, *А*2*А*3, …,  *Аn-1Аn*. В этом определении указано родовое понятие по отношению к ломаной – фигура, а затем дан способ построения такой фигуры, которая является ломаной. Подобные определения называют генетическими. Определение может быть дано конструктивно, например, понятие «луча», « треугольника» и другие.
3. индуктивно ( арифметическая, геометрическая прогрессия)
4. через отрицание. ( Параллельные прямые - это две прямые, которые лежат в одной плоскости и не пересекаются).

Чтобы ученик мог оперировать определением понятия, важно, чтобы он осознал родоподчиненную связь между понятиями и их видовые отличия, а также логическую природу связи между видовыми отличиями, если их несколько: конъюнктивную, дизъюнктивную или смешанную. Приведу ряд упражненийна усвоение родовых и видовых признаков и связей между ними:

**1. Какое из двух понятий является родовым по отношению к другому:**

1. Прямой угол, угол;
2. Равенство, уравнение;
3. Биссектриса, луч;
4. Существительное, часть речи;
5. Река. Река, впадающая в черное море.

**2.Для каждого понятия из левого столбца подберите родовое понятие из правого столбца и выпишите пары «вид-род» (например, равнобедренный треугольник- треугольник)**

|  |  |
| --- | --- |
| Уравнение, биссектриса угла, медиана треугольника, квадрат, стол, местоимение, равнобедренный треугольник, пятиугольник. | Мебель, часть речи, равенство, луч, отрезок, треугольник, прямоугольник, многоугольник. |

**3.Изобразите с помощью круговых схем отношения между понятиями:**

* многоугольник, прямоугольник, четырехугольник;
* равнобедренный треугольник, треугольник, равносторонний треугольник;
* четырехугольник, многоугольник, прямоугольник, квадрат.

**4.Для каждого из данных понятий подберите видовое отличие и дополните определение.**

* Квадрат - это четырехугольник,…
* Квадрат - это прямоугольник,…
* Равносторонний треугольник - это треугольник….
* Трапеция - это четырехугольник…

**5. Для каждого из данных понятий подберите родовое понятие и дополните определение.**

* Прямоугольник - это …, у которого противоположные углы прямые.
* Прямоугольник - это….., у которого угол прямой.
* Равнобедренный треугольник - это…у которого две стороны равны.
* Квадрат - это…., у которого стороны равны.

**6.Определите, какая ошибка допущена в определении** ( подчеркните ее номер):

1. Не указано родовое понятие
2. Родовое понятие указано неверно
3. Не указано видовое отличие
4. Видовое отличие указано неверно (или неполностью)
5. Прямоугольник - это когда все углы прямые.
6. Биссектриса угла - это луч, который исходит из его вершины.
7. Квадрат - это четырехугольник, у которого все стороны равны.
8. Медиана – это отрезок, который делит сторону пополам.

**2.Этапы формирования понятий.**

**2.1 Подготовка к восприятию, актуализация знаний, мотивация, проблемная ситуация**.

Актуализация знаний решает две основные подзадачи: повторение ранее изученного и создание условий для перехода к мотивации. Сущность мотивации заключается в подчеркивании важности изучения понятия, в побуждении школьников к целенаправленной и активной деятельности, в возбуждении интереса к изучению понятия. Мотивация может осуществляться как посредством привлечения средств нематематического содержания (внешняя мотивация), так и в ходе выполнения специальных упражнений, объясняющих необходимость развития математических теорий (внутренняя мотивация).

Рассмотрим подробнее мотивационный этап на примере введения понятия «правильный многоугольник».

Введение начинаю с создания учебно-проблемной ситуации.

В начале урока предлагаю на рассмотрение различные многоугольники, нарисованные на доске.

а б в г

д е ж з

Рис.1

Урок начинается с фронтальной беседы. Я задаю несколько вопросов, например:

* Чем отличается фигура г) от других фигур? (не является выпуклой)
* Что общего у многоугольников в), д), е), ж)? (все стороны равны)
* Что общего у многоугольников е), ж), з)? (все углы равны)
* Чем отличаются фигуры а) и д)?
* Чем отличаются фигуры ж) и д)?
* Выделите общее у многоугольников е) и ж).(стороны и углы равны)

Таким образом, были отмечены существенные свойства понятия. Далее отмечаю, что выпуклые многоугольники, у которых все стороны и углы равны, имеют специальное название. Предлагается ученикам назвать эти многоугольники, и обосновать ответ (это можно сделать, так как уже изучено понятие правильного треугольника). То есть ставиться цель – дать название таким многоугольникам.

Таким образом, после проделанной работы, я формулирую строгое определение: правильным многоугольником называется выпуклый многоугольник, у которого все углы равны и все стороны равны.

На этапе мотивации можно предлагать задачи, разрешение которых и приводит к формированию определения. Рассмотрим на примере введения понятия «параллелограмм».

В начале урока ученикам можно предложить для решения одну из следующих задач:

* В четырехугольнике известны длины a и b двух смежных сторон. Какой должна быть форма четырехугольника, чтобы по этим данным можно было определить его периметр?
* В каких случаях для нахождения всех элементов четырехугольника достаточно знать две его смежные стороны и угол между ними?

Решая задачу, школьники рассматривают различные формы четырехугольников, в том числе и параллелограмма. В процессе решения «лишние» четырехугольники отбрасываются, остается параллелограмм. Таким образом, были рассмотрены существенные свойства параллелограмма, и была поставлена цель – построить четырехугольник, форма которого удовлетворяет поставленным в задаче условиям.

После того, как задача решена, еще раз акцентируется внимание учащихся на свойствах полученного четырехугольника и отмечается, что он имеет свое название - «параллелограмм». Далее дается строгое определение параллелограмма: параллелограммом называется четырехугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны.

**2.2 Восприятие, выявление содержания, термин, конструирование определений**.

Формирование понятий – сложный психологический процесс, длительный по времени. Однако в нем есть начальный этап, связанный с выявления содержания понятия, конструированием его определения или описания. В зависимости от характера изучаемого материала, наличия времени, развития учащихся можно выбрать различные способы ознакомления учащихся с новым математическим предложением:

1. Учащиеся подготавливаются к самостоятельному формулированию определения.
2. Учащиеся готовятся к сознательному восприятию, к пониманию нового математического предложения, формулировка которого им сообщается в готовом виде.
3. Учитель сам формулирует новые определения, без предварительной подготовки, а затем сосредотачивает усилия учащихся на их усвоении и закреплении.

Г.П. Сенников основным приемом образования понятий считает *наглядно-конструктивный метод*. Суть его кратко может быть представлена следующим образом. Учитель предлагает ученику сконструировать( в геометрии – построить) модель к известному (родовому) понятию, преобразовать ее в модель к вводимому понятию (учитель сам подсказывает ученикам эти преобразования, т.е. фактически сам выделяет видовые отличия), далее вводит термин и предлагает учащимся самостоятельно сформулировать определение понятия. На этапе осмысления приводятся модели и контрмодели к понятию (формируется умственное, логическое действие подведения под понятие).

Поясним эти рассуждения на примере введения понятия «компланарные векторы»

Пример: Учитель предлагает изобразить плоскость α и параллельные ей: а) прямую *a*; б) прямые *a* и *b* в) прямые *a, b* и *c* (непараллельные друг другу).

Затем, на прямых, задаются соответственно векторы a, b и c и откладываются им равные в плоскости α (рис.2). Учитель вводит термин и предлагает учащимся сформулировать определение компланарных векторов.

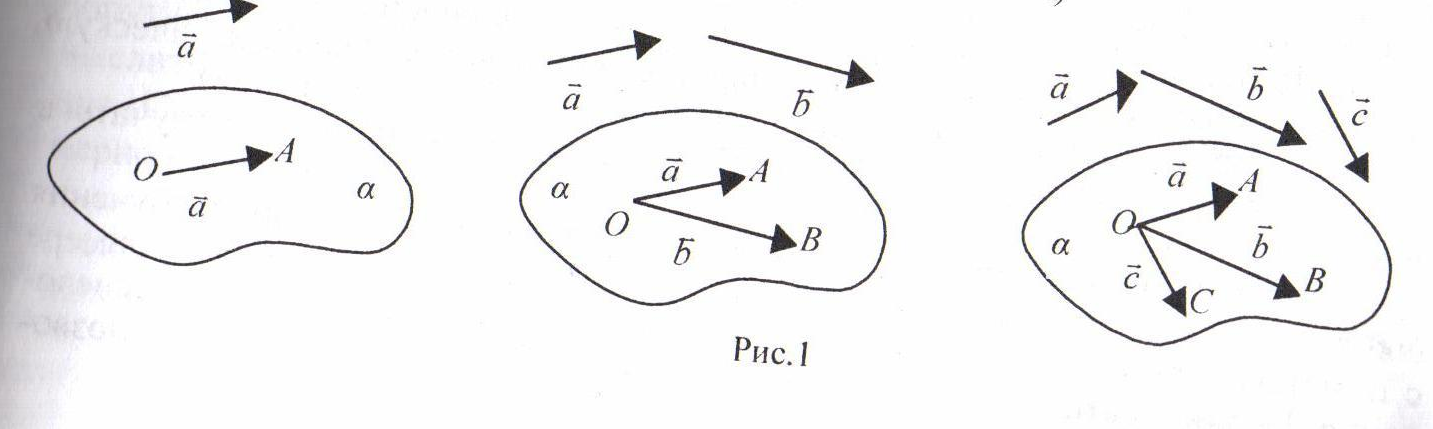


Рис.2

Достоинство этого приема состоит в том, что ученики действительно сами формулируют определение понятия, но не сами выделяют его существенные признаки. Использование его на уроке не предполагает осознания учащимися действий по отбору видовых отличий.

Более высокий уровень мыслительной деятельности школьников связан с их самостоятельным выделением характеристических свойств понятия. Назовем его *аналитико-синтетическим приемом*. При этом можно ограничиться единичным объектом вводимого понятия, а можно вводить понятие вместе с его противоположностью.

В этом случае работа на уроке может быть следующей.

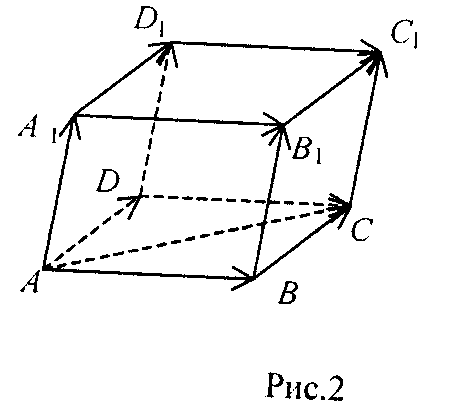
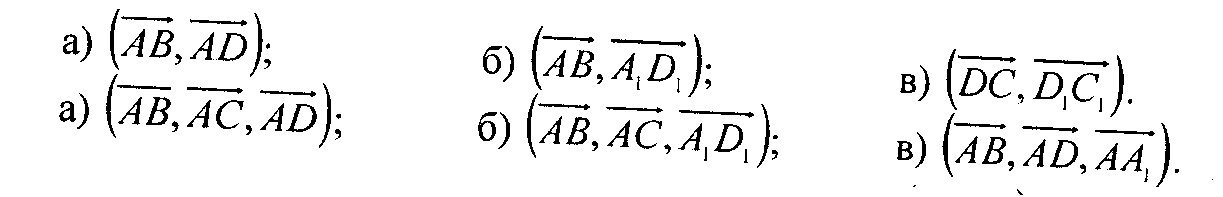


Рис.3



* Выделите общие и различные свойства пар (троек) векторов (анализ, сравнение, синтез являются ведущими мыслительными операциями при этом)
* Выделите признаки, по которым все шесть случаев можно разбить на две группы (существует плоскость такая, что пары или тройки векторов, отложенные от любой ее точки, лежат в этой плоскости; не существует такой плоскости). В первом случае векторы называются компланарными.
* Попытайтесь сформулировать определение компланарных векторов и создать графическую модель к новому понятию (проводится обобщение и абстрагирование).
* Попробуйте спрогнозировать, какие вопросы мы должны изучать в дальнейшем.

Анализ второго приема наглядно иллюстрирует и методику обучения школьников мыслительным операциям. Обучение идет на конкретном примере с помощью специальных вопросов-заданий, отражающих ход (план) исследования. Неоднократное и целенаправленное использование этого приема позволит учащимся выделить и осознать выполненные действия по «открытию» характеристических свойств нового понятия.

Вместе с тем в приведенном примере мы формируем уже на этапе образования определения понятия такой важный мыслительный прием, как *классификация*. Здесь, как и во втором случае, знания о выполняемых действиях усваиваются учащимися через осознание собственных действий в процессе поиска оснований для классификации. Неоднократное и целенаправленное использование этого приема будет способствовать формированию идеи классификации как способа познания и может быть продиагностировано при изучении нового понятия или при решении специально подобранной задачи.

Конструирование упражнений на осознание логической структуры определения.

Здесь используется прием разбиения определения черточками на

смысловые части или прием записи определения в "алгоритмической

форме".

|  |  |
| --- | --- |
| //Арифметическим квадратным корнем из числа *a*// называется//неотрицательное число//, квадрат которого равен *а*//. | *√а* = *b* —  Арифметический квадратный корень из числа *а*;  l)b≥0  2) b² = а |

Рассмотрим этот этап на примере введения смежных углов. Введение смежных углов можно мотивировать необходимостью изучения не только отдельных фигур, но и их объединений. Далее я предлагаю такое задание:

Проведите прямую, а затем из любой ее точки - луч. Какие фигуры вы видите на чертеже? Каким общим свойством они обладают? Обращая внимание на два получившихся угла, я называю их смежными. Далее прошу учащихся сформулировать определение смежных углов.

**2.3 Осознание, осмысление, подведение под понятие, выведение следствий.**

**2.3.1. Конструирование упражнений на формирование умений подводить объект под понятие.**

Упражнений на формирование умений подводить под понятие в учебниках и методичках недостаточно, поэтому нам учителям приходиться самим конструировать такие упражнения. Можно выделить два типа упражнений:

1. **На узнавание объекта по вербальной (словесной) форме задания**.

В этих "ошибочных" определениях обычно заменяют родовое понятие,

изменяют видовые отличия или логические связки между ними, пропускают существенные слова и т. п.;

Приведу примеры таких заданий:

**1) Определением параллельных прямых является следующее предложение:**

1. прямые на плоскости называются параллельными, если они не пересекаются;
2. две прямые называются параллельными, если они не пересекаются;
3. две прямые называются параллельными, если они лежат в одной плоскости и не пересекаются;
4. прямые называются параллельными, если они не пересекаются;
5. две линии плоскости называются параллельными, если они не пересекаются;
6. две прямые называются параллельными, если они лежат в одной плоскости или не пересекаются.

**2) Из приведенных ниже высказываний а-г выберете то, которое является определением равнобедренного треугольника:**

1. треугольник называется равнобедренным, если у него два угла равны;
2. треугольник называется равнобедренным, если у него три стороны равны;
3. многоугольник называется равнобедренным, если у него две стороны равны;
4. треугольник называется равнобедренным, если у него две стороны равны.

**II) На узнавание объекта по невербальной (графической, символической) форме задания.**

На каком рисунке можно увидеть параллельные прямые?

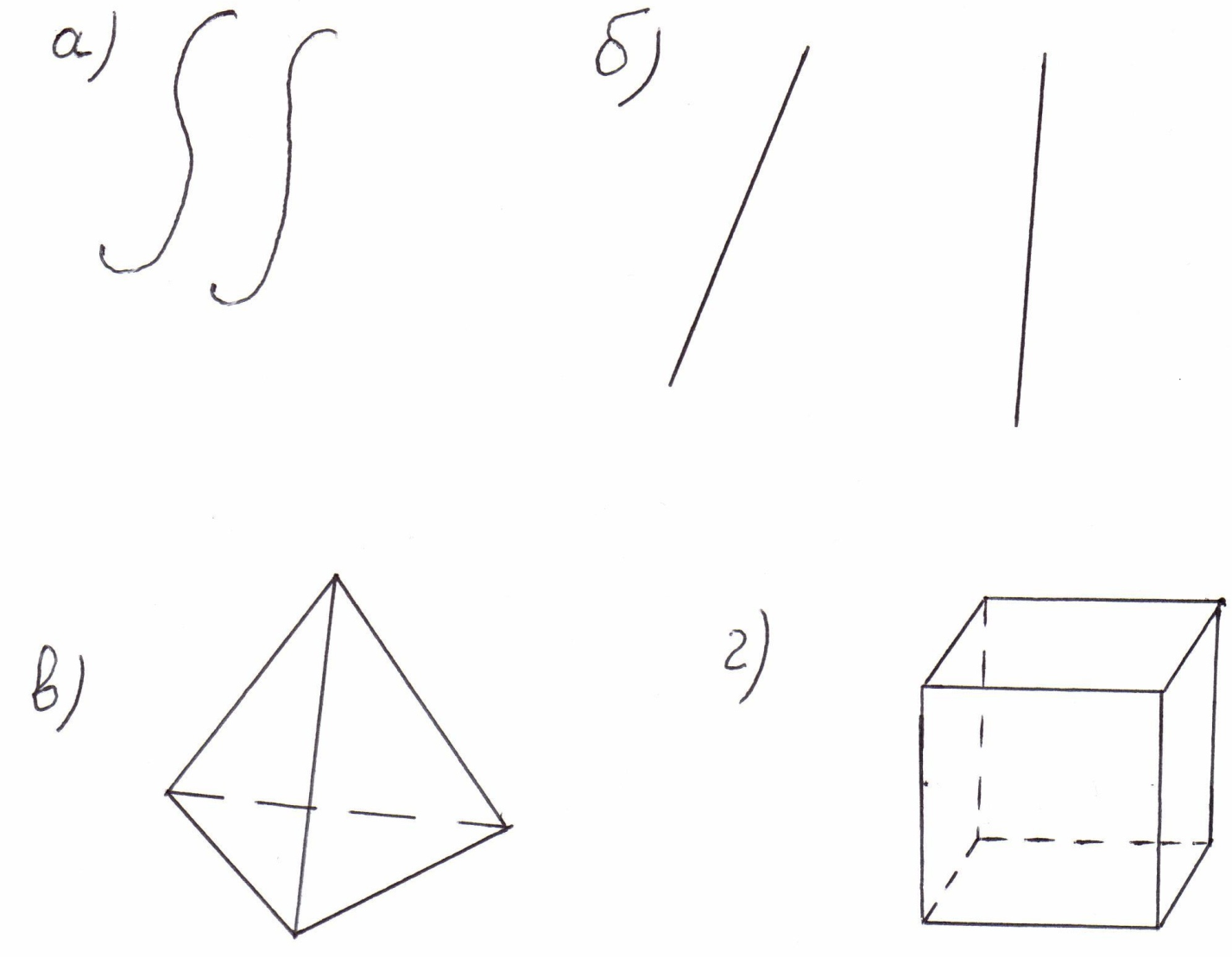


Рис.4

Для конструирования упражнений этих типов может составляться

таблица истинности (для проверки выполнимости свойств объекта путем перебора возможных случаев).

Проиллюстрируем такой прием конструирования упражнений.

Определение: //Луч//, выходящий из вершины угла// и //делящий его на две равные части//, называется биссектрисой угла//.

Логическая структура определения понятия биссектрисы угла такова:

(Луч — биссектриса угла) :

(1) Луч выходит из вершины угла.

(2) Луч делит угол пополам.

**Таблица истинности**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Свойства | Выполнимость | | | |
| Луч выходит из вершины угла | + | + | - | -(Не луч, не выходит из вершины) |
| Луч делит угол пополам | + | - | + | -(не луч, не делит угол пополам) |
|  | является | не является биссектрисой угла | | |

Составим упражнения на узнавание для четырех случаев выполнимости свойств.

|  |  |
| --- | --- |
| Какое из следующих предложений является определением биссектрисы угла?  1. Луч, выходящий из вершины угла и делящий его пополам, называется биссектрисой угла.  2. Если луч выходит из вершины угла, то его называют биссектрисой этого угла.  3. Луч, делящий угол пополам, называется биссектрисой угла.  4а. Линия, выходящая из вершины угла и делящая его на две равные части, называется биссектрисой угла.  4б. Луч, выходящий из вершины угла или делящий его пополам, называется биссектрисой угла. | На каком из рисунков изображена биссектриса угла? Ответ обоснуйте.    Рис.5 |

Названные типы упражнений на узнавание объекта позволяют формировать такое логическое действие, как "подведение под понятие", а также "подбор достаточных условий для того, чтобы объект подходил под понятие". В последнем случае к приводимым упражнениям добавляется требование о внесении изменений в условия. Например: 2) Известно, что некоторый луч исходит из вершины угла. Можно ли этот луч назвать биссектрисой угла? Если нет, то какое условие достаточно добавить, чтобы луч был биссектрисой угла? Очень важно, чтобы при выполнении приема подведения под понятие все действия сопровождались проговариванием и объяснением вслух. Важность последнего подчеркивал Л.С. Выготский, когда говорил, что язык-это орудие мышления и речевые структуры, усвоенные ребенком, становятся основными структурами его мышления.

**2.3.2 Конструирование упражнений на овладение действием**

**отыскания следствий на этапе "осознание, осмысление".**

Например:

* Известно, что число *b* является арифметическим квадратным корнем из числа *с*.Что отсюда следует по определению? ( *b≥0* и *b*²= *с*). Можно продолжить эту цепочку и получить новое свойство, неотраженное в определении: с ≥ 0.
* Известно, что треугольник МОР – равнобедренный, с основанием МР. Следует ли отсюда, на основании определения, что

а) МР = РО; б) МО = ОР

в) <М = <О г) МО = МР?

* Известно, что некоторая геометрическая фигура является биссектрисой угла АОВ. Назовите ее и перечислите свойства, которыми она обладает (луч; он выходит из точки О и делит угол АОВ пополам)
* Известно, что, ABCD — ромб. Назовите следствия, вытекающие из данного условия в силу определения ромба (например, ABCD—параллелограмм, диагонали АС и BD в точке пересечения делится пополам, смежные стороны равны и т. п.).

В методической литературе и в учебниках мало упражнений , которые можно использовать для усвоения понятий. Изучив систему составления метода целесообразных задач, приходится самой составлять или искать соответствующие задачи. Я покажу, как составляются такие упражнения. Рассмотрим одно из определений параллелограмма. Выделим из него все признаки: 1) четырехугольник; 2) две стороны параллельны; 3) две другие тоже параллельны. (Другое определение параллелограмма будет иметь другие признаки).

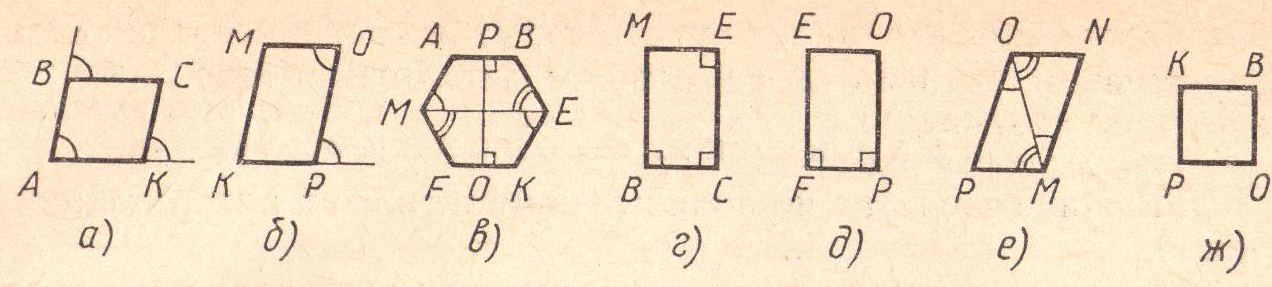


Рис.6

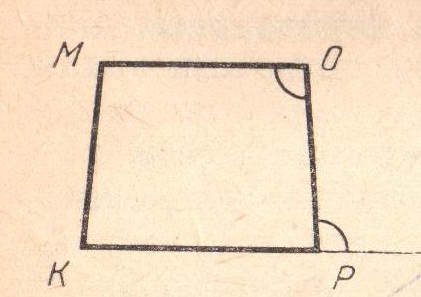


Рис.7

Каждый признак в определении заменяем поочередно его отрицанием и к измененному таким образом предложению составляем контрпример (рис.6 б),в),д),ж).Эти контрпримеры чередуются с примерами, удовлетворяющими определению данного понятия. Причем внешний вид примеров (форма и расположение чертежа, буквенные обозначения и т.д.) все время изменяется. Остается сформулировать упражнение: 1.Какие фигуры на следующих чертежах (рис.6) являются параллелограммами? Данные обозначены на чертежах. Выполняя это упражнение, учащиеся допускают следующие типичные ошибки. Доказав, что АВСК – параллелограмм (рис.6 а), многие из них по аналогии заявляют, что и МКРО тоже параллелограмм (рис.6 б). В этом случае полезно дать сразу еще один контрпример (рис.7) Учащиеся отмечают, что при одних и тех же данных (рис.6 б и рис.7) фигуры могут быть различны. Только после этого они приходят к верному выводу, что МКРО (рис.6 б) может быть, а может и не быть параллелограммом – данных не достаточно. Упражнения названных видов позволяют формировать на Ш этапе действия по переводу формулировки определения с естественного языка на графический (символический) и обратно. Кроме названных упражнений, полезно предлагать учащимся задания на приведение примеров, подходящих под понятие, и так называемых контрпримеров. В упражнениях на узнавание объектов по готовым рисункам (по графическим и символическим моделям) ценным является задание на вычленение объектов, принадлежащих данному понятию, на рассмотрение объектов с точки зрения других понятий. Посредством этих упражнений можно осуществить плавный переход на следующий этап в усвоении понятий — этап закрепления и применения.

Приведем пример такого типа упражнения.

**Выделите на рис. 8 смежные углы.**

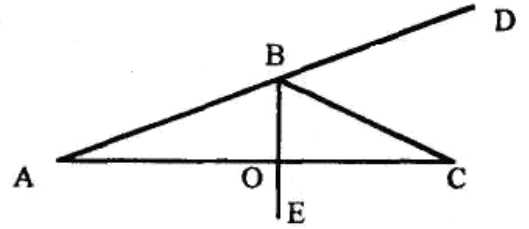


Рис.8

Это упражнение, по мнению Г. И. Саранцева [37, с. 65], ориентировано на формирование умения выделять смежные углы на сложных рисунках. При этом осуществляется и овладение такими действиями, как переосмысление элементов чертежа с точки зрения других понятий(например, отрезки ОА и ОС мыслятся как дополнительные лучи, а сторона ОВ треугольников АОВ и СОВ — как луч, являющийся общей стороной углов АОВ и ВОС и т. д.)"

**2.4 Закрепление и применение.**

На этапе закрепления и применения я используя различные приемы :

* 1. Использую тесты.
  2. Во время фронтального опроса, применяю специальные упражнения, которые требуют от учащихся умения применять определения, теоремы в различных ситуациях, умения быстро ориентироваться в условиях задачи.

Из приведенных на рис.9 а-д треугольников выбери равнобедренный, пользуясь определением:

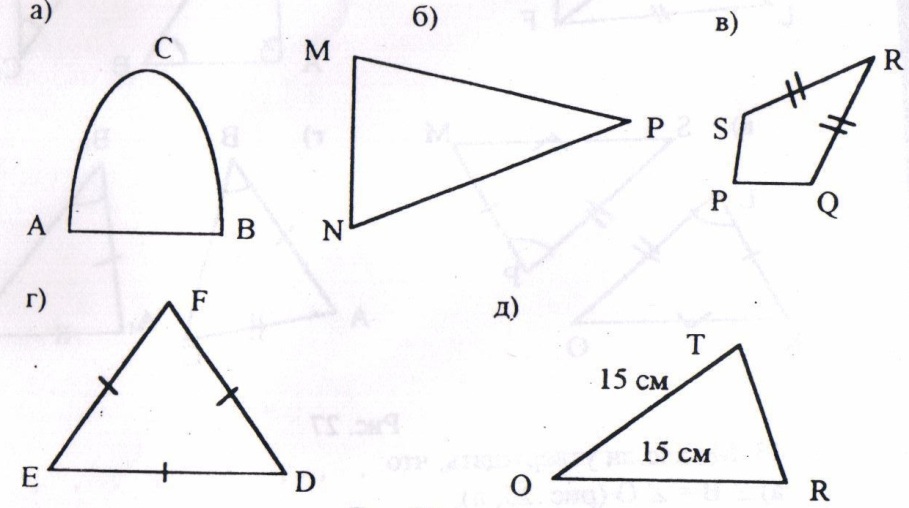


Рис.9

Чтобы установить, пользуясь определением, что фигура является равнобедренным треугольником, достаточно установить, что

это:

1. многоугольник;
2. две стороны равны;
3. два угла равны;
4. это треугольник.

3.Решаем задачи.

Прошу сформулировать теоретический базис задачи.

**3.Диагностируемые цели.**

В результате работы с понятием формулируются следующие диагностируемые цели:

|  |  |
| --- | --- |
| Категория учебных целей | Критерии достижения цели |
| Цель считается достигнутой, если ученик: |
| 1. Знание | -вставляет пропущенные слова в  формулировке,  -формулирует определение  понятия,  -среди предложенных выбирает  формулировку определения |
| 1. Понимание | -создает символическую,  графическую модель понятия,  -приводит или отбирает примеры и контрпримеры к понятию,  - подводит объект под понятие по  словесной, графической или  символической форме задания,  - подбирает достаточные условия  для того, чтобы объект подходил под понятие,  - выводит следствия из условия принадлежности объекта к данному понятию,  - устанавливает связи данного  понятия с другими, ранее изученными понятиями  -перечисляет способы, приемы,  методы познания на этапе открытия понятия |
| 3.Применение (в стандартных ситуациях) | - указывает, для решения каких  задач можно использовать  данное определение,  - составляет дидактические задачи  на применение определения,  - применяет определение в  стандартных ситуациях,  - различает определение, свойства и признаки при обосновании хода решения задачи |

**Заключение**

Итак, я рассмотрела в своей работе приемы работы с определением в результате которых у учащихся формируются универсальные логические действия: анализ объектов с целью выделения признаков (существенных, несущественных);синтез, классификации объектов, подведение под понятие, выведение следствий, установление причинно- следственных связей, построение логической цепи рассуждений. Формирование логических умений, связанных с определением понятий, для меня не является самоцелью. Устанавливая родо-видовые отношения между понятиями, соблюдая логическую последовательность в определениях, учащиеся глубже усваивают существенные признаки понятий, в их сознании формируются не отдельные представления о предметах и явлениях действительности, а логически выстроенная система научных понятий.

**Список Литературы:**

1. Асмолов А.Г. Формирование универсальных учебных действий в основной школе: от действия к мысли. Система заданий – М. Просвещение, 2010

2. Бондаревская Е.В. Смыслы и стратегии личностно ориентированного воспитания - Педагогика, 2001. – №1.

3. Глейзер Г.Д., Медведева О.С «О ценностных и смысловых ориентирах школьного математического образования» //(Интернет-газета «Лаборатория знаний №2, февраль 2012г.)

4. Григорьева Т.П., Иванова Т.А. Основы технологии развивающего обучения математике.Учебное пособие.Н.Новгород:НГПУ, 1997

5. Груденов Я.И. Совершенствование методики работы учителя математики:Кн. Для учител. – М.:Просвещение, 1990

6. Епишева О.Б., В.И.Крупич. Учить школьников учиться математике. Формирование приемов учебной деятельности. – М. Просвещение, 1990

7. Иванова Т.А. Современный урок математики: Теория, Технология: Практика:Книга для учителя. – Н.Новгород: НГПУ, 2010.

8. Личностно ориентированный урок: Конструирование и диагностика. Под ред.М.И.Лукьяновой, М.Педагогический поиск, 2009

9.Самостоятельная деятельность учащихся при обучение математике(формирование умений самостоятельной работы):Сб.Статей/Сост. С.И. Демидова, Л.О.Денищева. – М.:Просвещение, 1985

10. Сергеев И.С., Блинов В.И.. Как реализовать компетентностный подход на уроке и во внеурочной деятельности, М.Аркти, 2009

11. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования, приказ МО и науки РФ от 17 декабря 2010г №1897 (http//:www.mon.gov.ru - Федеральный образовательный стандарт)

