**«Систематизация заданий по решению уравнений второй части ОГЭ, конструирование подготовительных упражнений»**

**Содержание:**

1. Введение
2. Анализ интернет ресурсов, решение системы
3. Цепочка вспомогательных задач
4. Анализ учебников по математике
5. Вывод

Введение

Уравнения в школьном курсе алгебры занимают ведущее место. На их изучение отводится времени больше, чем на любую другую тему. Уравнения имеют не только важное теоретическое значение, но и служат часто практическим целям. Подавляющее большинство задач о пространственных формах и количественных отношениях реального мира сводится к решению различных видов уравнений. Овладевая способами их решения, мы находим ответы на различные вопросы из науки и техники (транспорт, сельское хозяйство, промышленность, связь, и т.д.).

В виду важности и обширности материала, связанного с понятием уравнения, его изучение в современной методике математики организованно в содержательную линию. Однако, программой школьного курса математики не предусмотрены обобщение и систематизация знаний об уравнениях и методах их решения, полученных учащимися за весь период обучения.

**Объект исследования:** технология подготовки учащихся к сдаче экзамена в форме ОГЭ.

**Предмет исследования:** уравнения второй части ОГЭ.

**Цель исследования:** выбрать уравнения второй части ОГЭ, разработать цепочку подготовительных задач, проанализировать учебники за 5-9 классы на наличие в них этих задач, рассмотреть методы решения.

Анализ интернет ресурсов, решение системы

Проведя анализ различных интернет-ресурсов, выяснили, что в ОГЭ по математике в задании № 21 содержатся уравнения, которые можно условно поделить на следующие группы:

1. Нахождение коэффициентов и второго корня квадратного уравнения (уравнения обратной структуры).
2. Биквадратные уравнения.
3. Уравнения высших степеней.
   * + 1. Уравнения, которые решаются путем разложения на множители.
       2. Уравнения, которые решаются с помощью формул сокращенного умножения.
       3. Уравнения, которые решаются путем введения новой переменной.
4. Уравнения, содержащие выражение под корнем.
5. Дробно-рациональные уравнения.
6. Уравнения при решение которых используются свойства квадратов.

Задание № 22 (текстовая задача) чаще всего решается при помощи дробно-рационального уравнения, при решении которого учащиеся испытывают некоторые сложности.

Рассмотрим ход решения данных уравнений.

Нахождение коэффициентов и второго корня квадратного уравнения (уравнения обратной структуры).

Один из корней квадратного уравнения х2 – 8х – m =0 равен 9. Найдите второй корень.

Решение.

Подставим корень в уравнение:

92– 8⋅9 – m =0;

81 – 72 – m = 0;

9 – m = 0;

m = 9.

Получим уравнение х2 – 8х – 9 =0. По теореме Виета находим второй корень –1.

Ответ: -1

Биквадратные уравнения.

Решить уравнение х4­ – 2х2 – 8 = 0.

Решение.

Введем новую переменную. Пусть х2 = , тогда

2 - 2 - 8 = 0.

Корни : = 4, = -2

Уравнение х2 = 4 имеет корни –2 и 2;

Уравнение х2 = –2 корней не имеет;

Таким образом, решения исходного уравнения: –2 и 2.

Ответ: –2 и 2.

Уравнения высших степеней.

Уравнения, которые решаются путем разложения на множители.

1. Решить уравнение х3 – 2х2 – 9х + 18 = 0.

Решение.

Способ группировки: (х3 – 2х2 ) – (9х – 18) = 0;

х2(х – 2) – 9(х – 2) = 0;

(х – 2)(х2 – 9) = 0;

Уравнение х – 2 =0 имеет корень 2;

Уравнение х2 – 9 = 0 имеет корни –3, 3;

Таким образом, исходное уравнение имеет корни –3; 2; 3.

Ответ: –3; 2; 3

1. Решить уравнение х3 = х2 – 9х + 9.

Решение.

х3 - х2 + 9х – 9 = 0;

(х3 - х2) + (9х – 9) = 0;

х2(х – 1) + 9(х – 1) =0;

(х – 1)( х2 + 9) = 0.

Уравнение х – 1 = 0 имеет корень 1;

Уравнение х2 + 9 = 0 корней не имеет;

Таким образом, решением исходного уравнения является 1.

Ответ: 1.

1. Решить уравнение х6 = (6х – 5)3.

Решение.

Извлечем корень кубический из обеих частей уравнения, получим

х2 = 6х – 5;

х2 – 6х +5 = 0.

По теореме обратной теореме Виета х1 = 5, х2 = 1.

Ответ: 1; 5.

1. Решить уравнение ( х – 1)( х2 + 6х + 9) = 5(х + 3).

Решение.

( х – 1) (х + 3)2 – 5 (х + 3) = 0;

(х + 3)( ( х – 1) (х + 3) – 5) = 0;

(х + 3)(х2 + 2х – 8) = 0.

Уравнение х + 3 = 0 имеет корень –3;

Уравнение х2 + 2х – 8 = 0 имеет корни –4 и 2.

Ответ: –4; –3; 2.

1. Решить уравнение х(х2 – 8х + 15) = 4(3 – х).

Решение.

Разложим на линейные множители выражение х2 – 8х + 15.

х2 – 8х + 15 = (х – 5)(х – 3). Тогда уравнение можно переписать в следующем виде:

х(х – 5)(х – 3) – 4(3 – х) = 0;

х(х – 5)(х – 3) + 4(х – 3) = 0;

(х – 3)( х(х – 5) + 4) = 0;

(х – 3)( х2 – 5х + 4) = 0.

Уравнение х – 3 = 0 имеет корень 3.

Уравнение х2 – 5х + 4 = 0 имеет корни 1 и 4.

Ответ: 1; 3; 4.

Уравнения, которые решаются с помощью формул сокращенного умножения.

1. Решить уравнение (2х – 3)2 = (1 – 2х)2.

Решение.

*1 способ.*

(2х – 3)2 – (1– 2х)2 = 0,

используя формулу *a2* – *b2 = (a + b)(a* – *b),*получим:

( 2х – 3 – 1 + 2х)(2х – 3 + 1 – 2х) = 0;

(4х – 4)( –2) = 0;

4х -4 = 0;

х = 1.

*2 способ.*

(2х – 3)2 – (1– 2х)2 = 0,

используя формулу ***(a+b)2=a2+2ab+b2,* получим:**

(4х2 – 12х + 9) – (1 – 4х + 4х2 ) = 0;

4х2 – 12х + 9 – 1 + 4х – 4х2  = 0;

– 8х + 8 = 0,

х = 1.

Ответ: 1.

1. Решить уравнение (х + 5)3 = 25(х + 5).

Решение.

(х + 5)3 – 25(х + 5) = 0;

(х + 5)(( х + 5)2 – 25) = 0;

Уравнение х + 5 = 0 имеет корень –5.

Уравнение ( х + 5)2 – 25 = 0,

х2 + 10х + 25 – 25 = 0,

х2 + 10х =0 ,

х( х + 10) = 0

имеет корни 0; –10;

Ответ: –10; –5; 0

Уравнения, которые решаются путем введения новой переменной.

1. Решить уравнение ( 2 – )( 4 – ) = 3.

Решение.

Пусть , получим (2 – )(4 – ) = 3.

(2 – )(4 – ) = 34

8 – 2 – 4 + – 3 = 0;

– 6 + 5 = 0

По теореме обратной теореме Виета х1 = 1; х2 = 5.

Вернёмся к первоначальной переменной

;

х2+ 2х – 3 = 0,

х = – 3, х = 1;

;

х2+ 2х – 15 = 0;

х = – 5, х = 3.

Ответ: –5; – 3; 1; 3

1. Решить уравнение (х2 – 3х)2 – 2(х2 – 3х) = 8.

Решение.

Введем новую переменную, пусть х2 – 3х = .

Получим, – 2 – 8 = 0.

По теореме обратной теореме Виета корнями уравнения будут числа 4 и –2.

Вернемся к первоначальной переменной.

Уравнение х2 – 3х = 4;

х2 – 3х – 4 = 0

имеет корни 4 и –1.

Уравнение х2 – 3х = -2;

х2 – 3х + 2 = 0

имеет корни 2 и 1.

Таким образом, решения исходного уравнения: –1; 1; 2; 4.

Ответ: –1; 1; 2; 4.

Уравнения, содержащие выражение под корнем.

1. Решить уравнение х2 –13х + = –12 .

Решение.

ОДЗ: 7 – х ≥ 0,

– х ≥ – 7,

х ≤ 7.

х2 –13х + – + 12 = 0

х2 –13х + 12 = 0, D ˃ 0;

= 12 ∉ ОДЗ.

х2 = = 1.

Ответ: 1

1. Решить уравнение х2 + 62 – 7 = 0.

Решение.

х2 + 62 – 7 = 0;

х2 + 6|х| – 7 = 0.

1. Если х ≥ 0, то х2 + 6х – 7 = 0 по теореме обратной теореме Виета х1 = –7, х2 = 1.

Поскольку х ≥ 0, то решением уравнения является 1.

1. Если х ˂ 0, то х2 – 6х – 7 = 0, по теореме обратной теореме Виета х1 = 7, х2 = – 1.

Поскольку х ˂ 0, то решением уравнения является –1.

Ответ: –1, 1.

Дробно-рациональные уравнения.

1. Решить уравнение .

Решение.

ОДЗ: х .

1 + 4х – 12х2 = 0;

12х2 4х – 1 = 0;

D = 64,

уравнение имеет два корня .

Ответ: .

1. Решить уравнение

Решение.

;

.

ОДЗ: х ≠ ± 4

(х – 3)(х – 4) + х(х + 4) = 32;

х2 – 7х + 12 + х2 + 4х – 32 = 0;

2х2 – 3х – 20 = 0;

D = 9 + 160 = 169 ˃ 0, 2 р.к.

= 13;

х1 = = 4 ∉ ОДЗ;

х2 = = –2,5.

Ответ: – 2,5.

Уравнения при решение которых используются свойства квадратов.

Решить уравнение. (х2 – 36)2 + (х2 + 5х – 6)2 = 0.

Решение.

Так как оба слагаемых в левой части уравнения неотрицательные, то их сумма будет равна нулю, если каждое из них одновременно равно нулю.

Уравнение х2 – 36= 0 имеет корни –6 и 6;

Уравнение х2 + 5х – 6 = 0, по теореме Виета два корня –6 и 1;

Таким образом, корень исходного уравнения: –6.

Ответ: –6.

Цепочка вспомогательных задач

Систему заданий необходимо подбирать для осмысления и углубления теоретического материала, выработке навыков решения уравнений, математическому и общему развитию учащихся.

**1 уровень.**

1 Задание. Решить по аналогии уравнение.

2 Задание. Решить по приведенному алгоритму уравнение.

3 Задание. Вставить пропущенные элементы в формулах.

4 Задание. Сформулировать основные определения, теоремы, свойства в изученной теме.

**2 уровень.**

1 Задание. Заполнить пропуск в алгоритме при решении уравнения.

2 Задание. Заполнить классификацию уравнений по методам решения.

3 Задание. Решить уравнения.

4 Задание. Привести пример уравнений по каждому из методов решения.

5 Задание. Определить истинна или ложна данная формула, схема.

**3 уровень.**

1 Задание. Решить уравнения и указать метод, которым пользовались.

2 Задание. Найти ошибки, допущенные в решении.

3 Задание. Исследование структуры уравнений, приводимых к квадратным.

**Пример 1.**

1) Методы решения квадратных уравнений:

а) формула корней квадратного трехчлена;

б) выделение полного квадрата;

в) использование теоремы, обратной теореме Виета;

г) разложение на множители.

2) теоретические положения о количестве корней квадратного трехчлена;

3) теоремы о тождественных преобразованиях и равносильности уравнений;

4) метод замены переменной в биквадратных уравнениях.

**Пример 2.**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Найти ошибку | Ошибка | Правильный ответ |
| 1 | (5у-3х)(3х+5у)=10у2 – 9х2 | 10у2 | 25у2 |
| 2 | m4 – 4n6=(m2 – 2n2)( m2 + 2n2) | 2n2 | 2n³ |
| 3 | (3x + a)2=9x2 – 6ах + a2 | – 6aх | 6aх |

**Пример 3.**

Заполни пропуски так, чтобы получились тождества:

(5a2 + …)2 = … + 10a2b + b2;

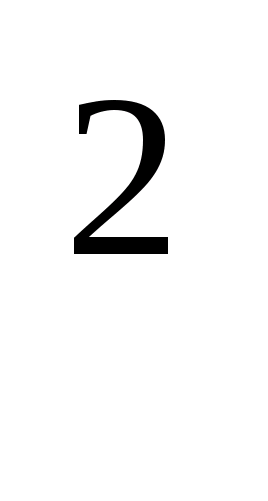
(…– 64b4)2 = 16a2 – … + …;

(-y6 + …)2 = … – 2y6z2 + …;

25a2 – … = (5a + 2b)(5a – 2b).

**Пример 4.**

Решите уравнения:

1. 64 – 16а2 = 0
2. 0,25х2 – 8 =0
3. 25b2 – 10b +1 = 0
4. 25х2 – 1 = 0
5. у+ 8у – 4у – 32=0.

Вывод.

Нами было осуществлено исследование по теме: «Систематизация заданий по решению уравнений второй части ОГЭ, конструирование подготовительных упражнений», разработана цепочка вспомогательных заданий, проведена диагностика учебников по математике по данной теме.

Литература

1. [Репетитор по скайпу](http://www.itmathrepetitor.ru/). <http://www.itmathrepetitor.ru/zadachi-dlya-ogeh-kvadratnye-uravneniya/>

## Решу ОГЭ. Образовательный портал для подготовки к экзаменам. <https://oge.sdamgia.ru/?theme=76>